

SEMÁNTICA PARA EL CÁLCULO DE PREDICADOS

- ↪ Significado de las f.b.f (fórmulas bien formadas) en términos de objetos, propiedades y relaciones en el mundo
- ↪ Semánticas del cálculo de predicados proporcionan las bases formales para determinar el valor de verdad de las f.b.f

Definición (Interpretación)

Sea el dominio D un conjunto no vacío. Una interpretación sobre D es una asignación de las entidades de D a cada uno de los símbolos constante, variable, predicado y función de una expresión del cálculo de predicados, tal que:

- Cada constante es asignada a un elemento de D .
- Cada variable es asignada a un subconjunto no vacío de D (sustituciones disponibles para la variable).
- Cada función f de aridad m se define en m argumentos de D y define una correspondencia de D^m en D .
- Cada predicado p de aridad n se define en n argumentos de D y define una correspondencia de D^n en $\{T, F\}$

SEMÁNTICA PARA EL CÁLCULO DE PREDICADOS

Definición

Considérese una expresión E y una interpretación I para E sobre un dominio no vacío D . El valor de verdad para E se determina por:

- El valor de una constante es el elemento de D al que está asignada por I
- El valor de una variable es el conjunto de elementos de D al que está asignada por I .
- El valor de una expresión de función es el elemento de D obtenido mediante la evaluación de la función para los valores de los parámetros asignados por la interpretación.
- El valor de una sentencia atómica es T o F , como determina la interpretación I .
- El valor de la negación de una sentencia es T si el valor de la sentencia es F y es F si el valor de la sentencia es T .
- El valor de la conjunción de dos sentencias es T si el valor de ambas sentencias es T y F en el resto de los casos.
- El valor de verdad de las expresiones \vee , \Rightarrow y $=$ se determina a partir del valor de verdad de sus operandos:
 - \vee es F solamente cuando los dos operandos son F
 - \Rightarrow es F solamente cuando $T \Rightarrow F$
 - $=$ es T solamente cuando $T=T$ o $F=F$
- Para una variable X y una sentencia S conteniendo a X
 - el valor de $\forall X S$ es T si S es T para todas las asignaciones de X bajo la interpretación I , y es F en el resto de los casos.
 - el valor de $\exists X S$ es T si hay una asignación de X en la interpretación bajo la cual S es T ; en caso contrario es F .

SEMÁNTICA PARA EL CÁLCULO DE PREDICADOS

- ↪ Las variables funcionan como una “reserva de sitio” y pueden sustituirse por cualquier constante permitida por la interpretación.
- ↪ A cada símbolo de variable libre se le asigna cualquier elemento del dominio. Se puede reemplazar por otro nombre de variable sin que cambie la expresión.
- ↪ A cada símbolo de variable ligada se le asignan los valores correspondientes del dominio.
- ↪ Cuantificación universal: La sentencia es cierta para todas las constantes que pueden sustituirse por la variable bajo la interpretación deseada.
- ↪ La cuantificación universal provoca problemas de indecidibilidad.
- ↪ Cuantificación existencial: Es cierta para al menos una sustitución desde el dominio de la definición.

Definición (Cálculo de predicados de Primer Orden)

El cálculo de predicados de Primer Orden permite a las variables cuantificadas hacer referencia a los objetos del dominio del discurso y no a los predicados o funciones.

↪ Sistema Formal

Lenguaje formal

axiomas lógicos: verdades universales

reglas de inferencia

↪ El cálculo de predicados permite inferir nuevas expresiones correctas a partir de un conjunto de asepciones ciertas.

↪ Una regla de inferencia es un mecanismo de producir nuevas sentencias del cálculo de predicados a partir de otras sentencias.

↪ Las reglas de inferencia producen sentencias nuevas en base a la forma sintáctica de las asepciones lógicas dadas.

Definición

Para una expresión S del cálculo de predicados y una interpretación I.

- Si S tiene un valor T bajo I, entonces I se dice que satisface S.
- Si I satisface S, entonces I es un modelo de S.
- S es satisfacible sii existe una interpretación que la satisface, en cualquier otro caso es insatisfacible.
- Un conjunto de expresiones es satisfacible sii existe una interpretación que satisface a todos los elementos.
- Si un conjunto de expresiones no es satisfacible se dice que es inconsistente.
- Si S tiene un valor T para todas las posibles interpretaciones, se dice que S es valida.

Definición (Procedimiento de prueba)

Un procedimiento de prueba es una combinación de una regla de inferencia y un algoritmo para aplicar esta regla a un conjunto de expresiones lógicas para generar nuevas sentencias.

Definición

- Una expresión del cálculo de predicados X es consecuencia lógica de un conjunto S de expresiones del cálculo de predicados si cada interpretación que satisface S también satisface X .
- Una regla de inferencia es correcta (sound) si cada expresión del cálculo de predicados producida por la regla de inferencia sobre un conjunto S de expresiones del cálculo de predicados también es consecuencia lógica de S .
- Una regla de inferencia es completa si, dado un conjunto S de expresiones del cálculo de predicados, la regla puede inferir todas las expresiones que son consecuencia lógica de S .

Definición (Reglas de Inferencia)

- Si se sabe que P y $P \Rightarrow Q$ son ciertas, entonces *modus ponens* nos permite inferir Q .
- Bajo la regla de inferencia *modus tollens*, si $P \Rightarrow Q$ es cierta y Q es falsa entonces se puede inferir $\neg P$.
- Una *eliminación de la conjunción* nos permite inferir la verdad de los conjuntores a partir de la verdad de una conjunción.
- Una *introducción de la conjunción* nos permite inferir la verdad de una conjunción a partir de la verdad de sus conjuntores.
- La *instanciación universal*: $(\forall X)p(X)$ nos permite inferir $p(a)$.