Grafos de triangulaciones

B. Palop

Dpto. Informática, U. Valladolid

Índice

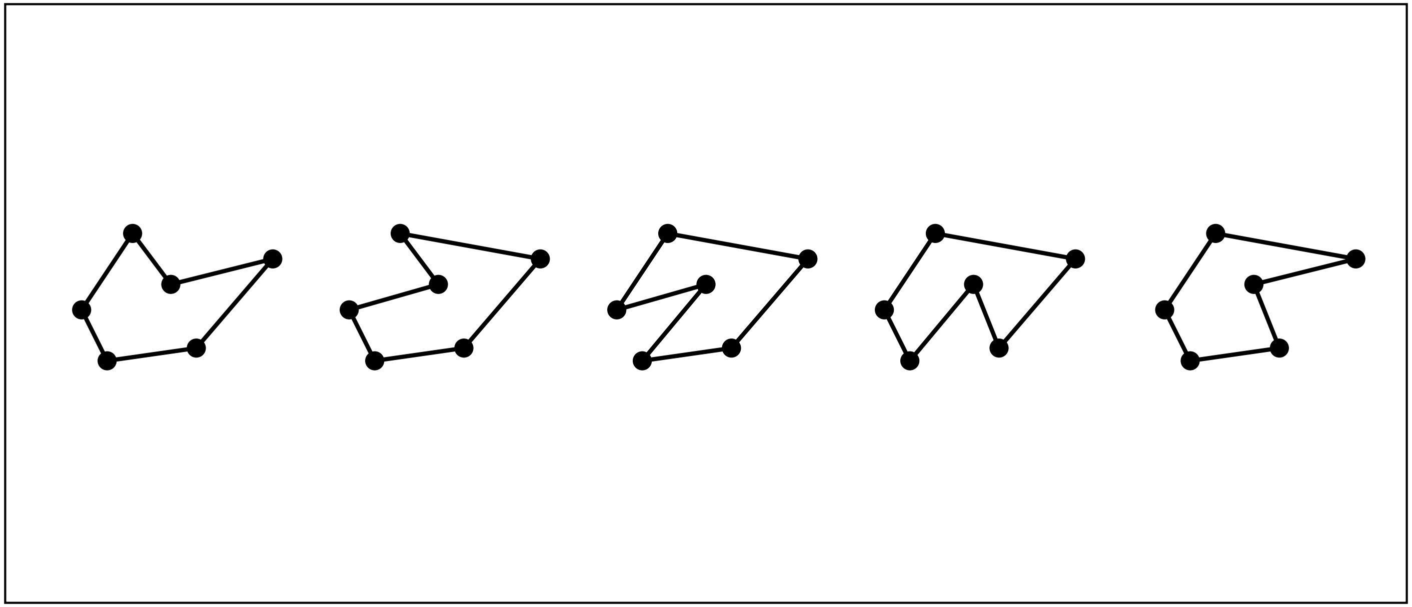
- Transformaciones locales
- Triangulaciones y flips
- Grafo de triangulaciones
  - Nubes de puntos
  - Polígonos convexos
  - Polígonos no convexos
- Flips paralelos
- k-flips en polígonos
- Flipturns

Bibliografía

- Hurtado, Noy
  - **Graph of triangulations of a convex polygon and tree of triangulations**, CGTA-1999
  - Urrutia, **Flipping edges on triangulations**, DCG-1996
  - Galtier, Pérennes, Urrutia, **Simultaneous edge flipping in triangulations**, IJCGA-??
  - Aichholzer, **On the number of triangulations every planar point set must have**, CCCG-01
- Hernando, Houle, Hurtado, **On local transformation of polygons with visibility properties**, TCS-02
- Aichholzer, Cortés, Demaine, Dujmovic, Erickson, Meijer, Overmars, Palop, Ramaswami, Toussaint, **Flipturning Polygons**, DCG-02

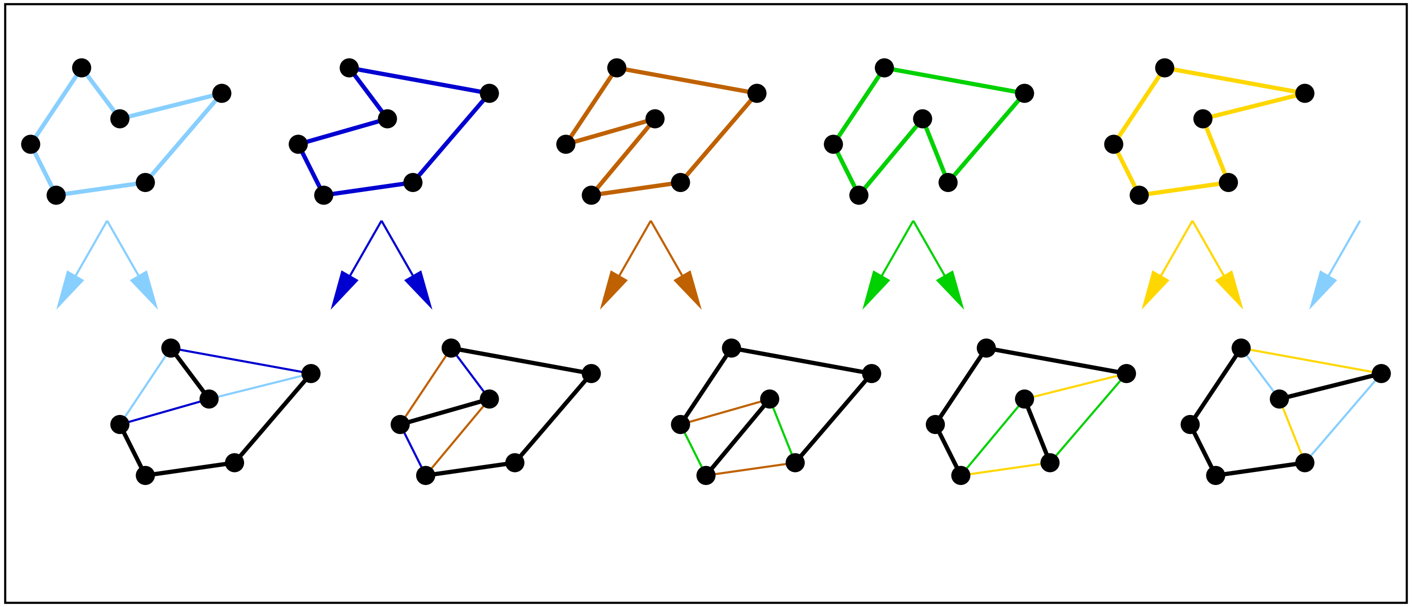
Transformaciones locales

- Clasificación y enumeración (eficiente)



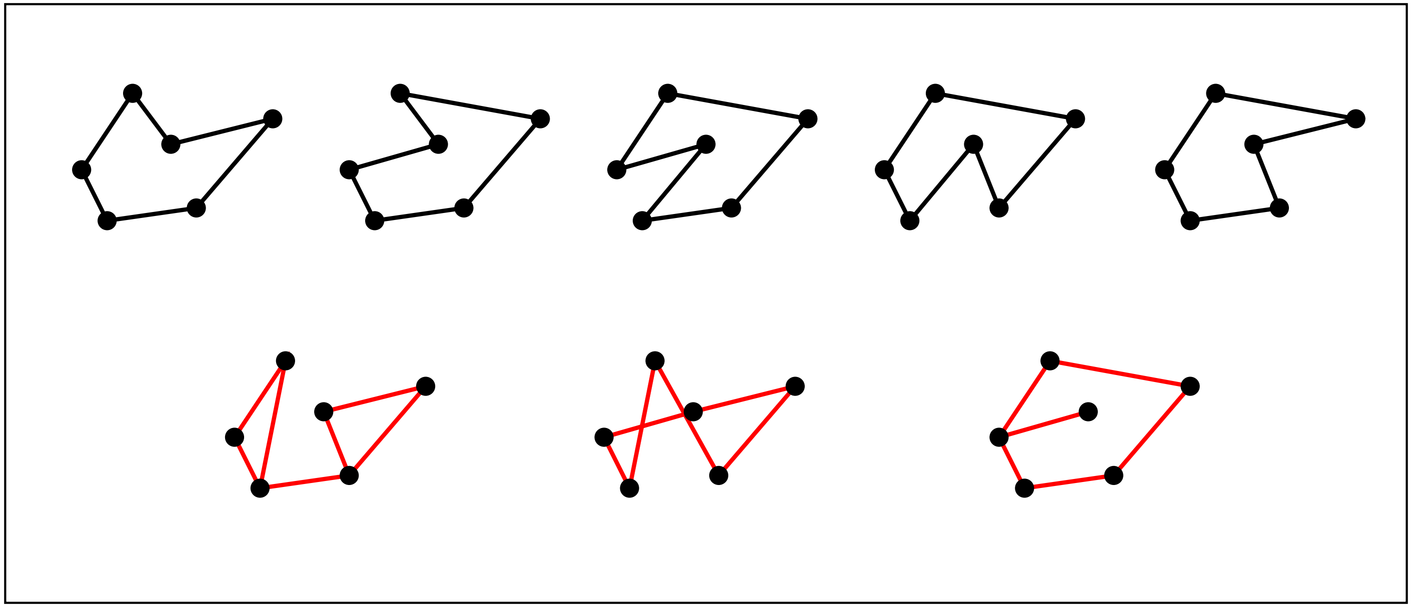
Transformaciones locales

- Clasificación y enumeración (eficiente)
- Evitan recalcular objetos



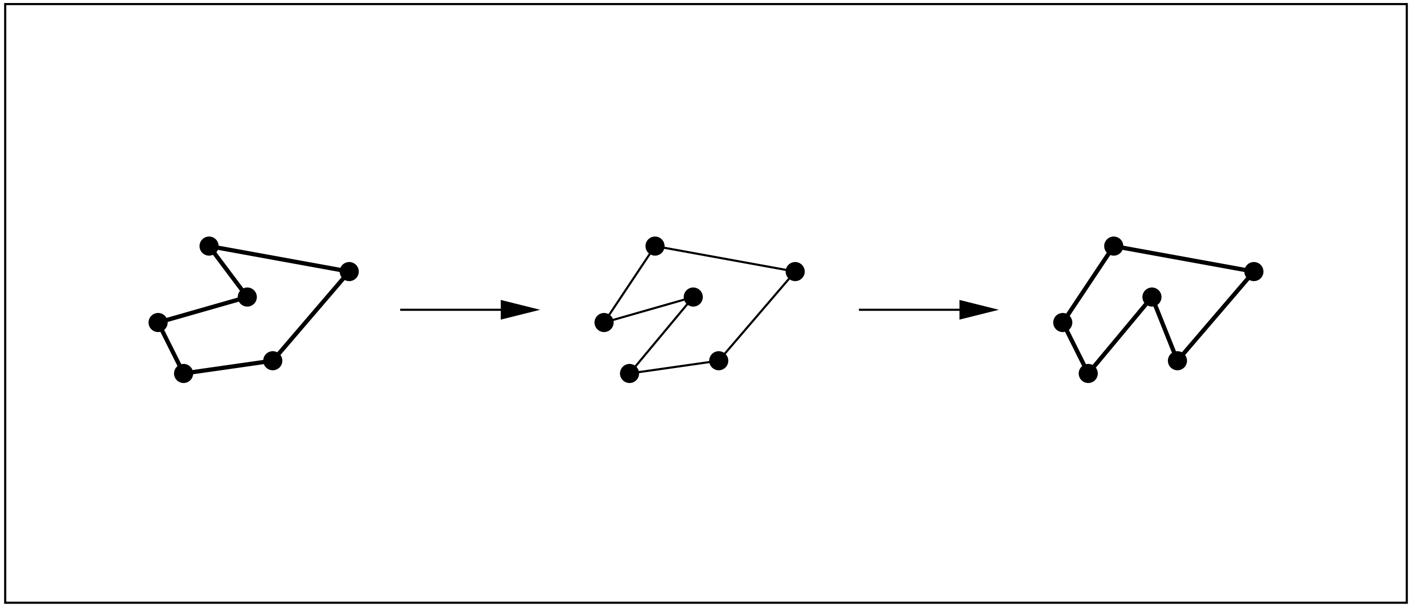
Transformaciones locales

- Clasificación y enumeración (eficiente)
- Evitan recalcular objetos
- Evitan calcular objetos fuera de la clase



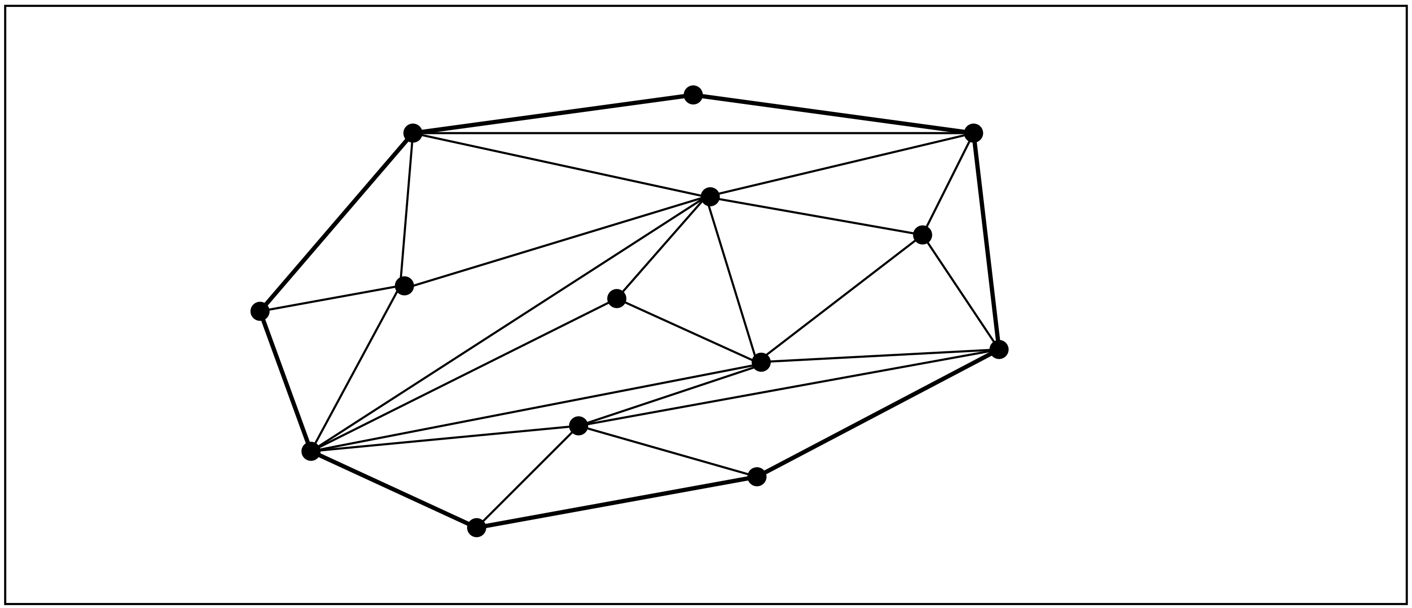
Transformaciones locales

- La clase debe ser conexa respecto a la transformación: Cada objeto se debe alcanzar mediante un número finito de transformaciones de algún otro objeto.



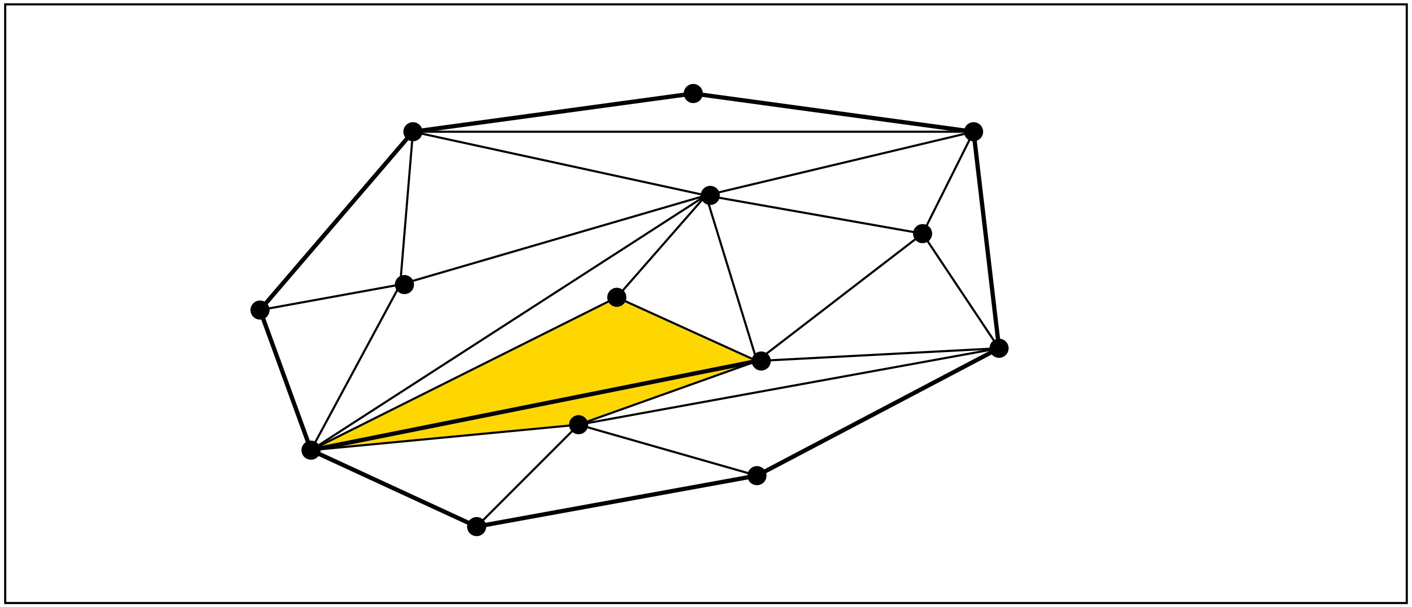
Triangulación

- Dada una nube de puntos, es una partición de su cierre convexo en un conjunto de triángulos con interior disjunto con vértices en puntos de la nube



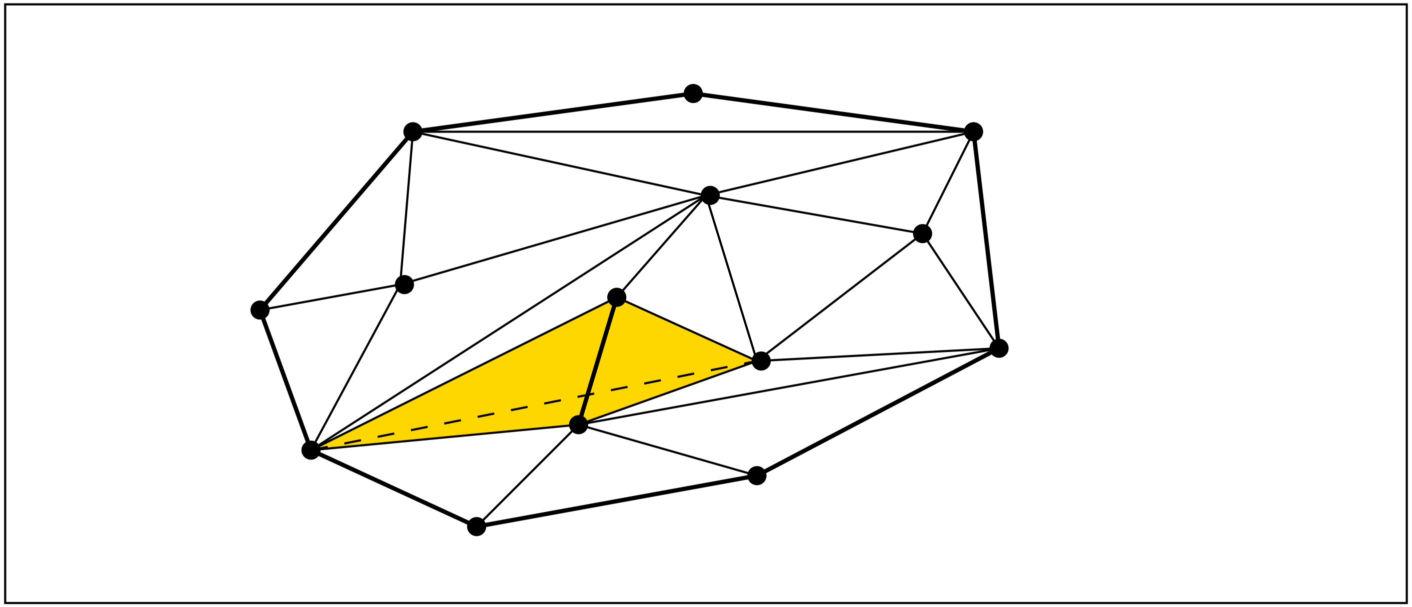
Triangulación

- Dada una nube de puntos, es una partición de su cierre convexo en un conjunto de triángulos con interior disjunto con vértices en puntos de la nube
- Con dos triangulos formando un convexo se puede hacer un *flip* sobre una arista



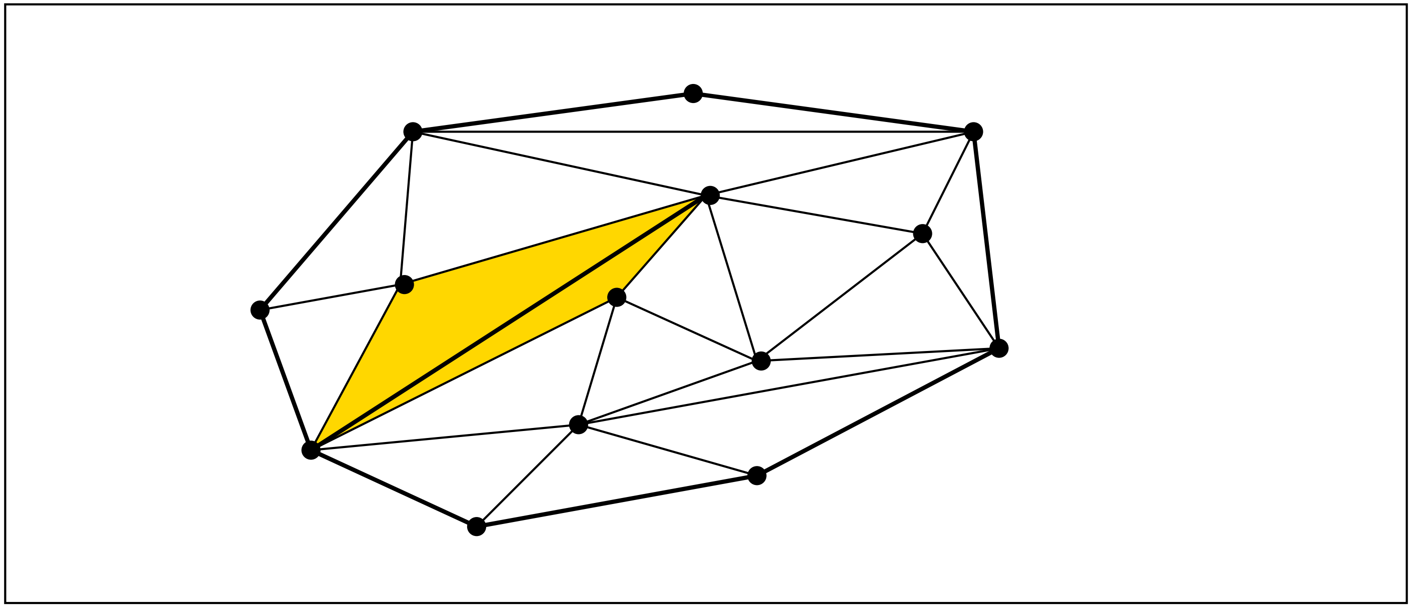
Triangulación

- Dada una nube de puntos, es una partición de su cierre convexo en un conjunto de triángulos con interior disjunto con vértices en puntos de la nube
- Con dos triangulos formando un convexo se puede hacer un *flip* sobre una arista



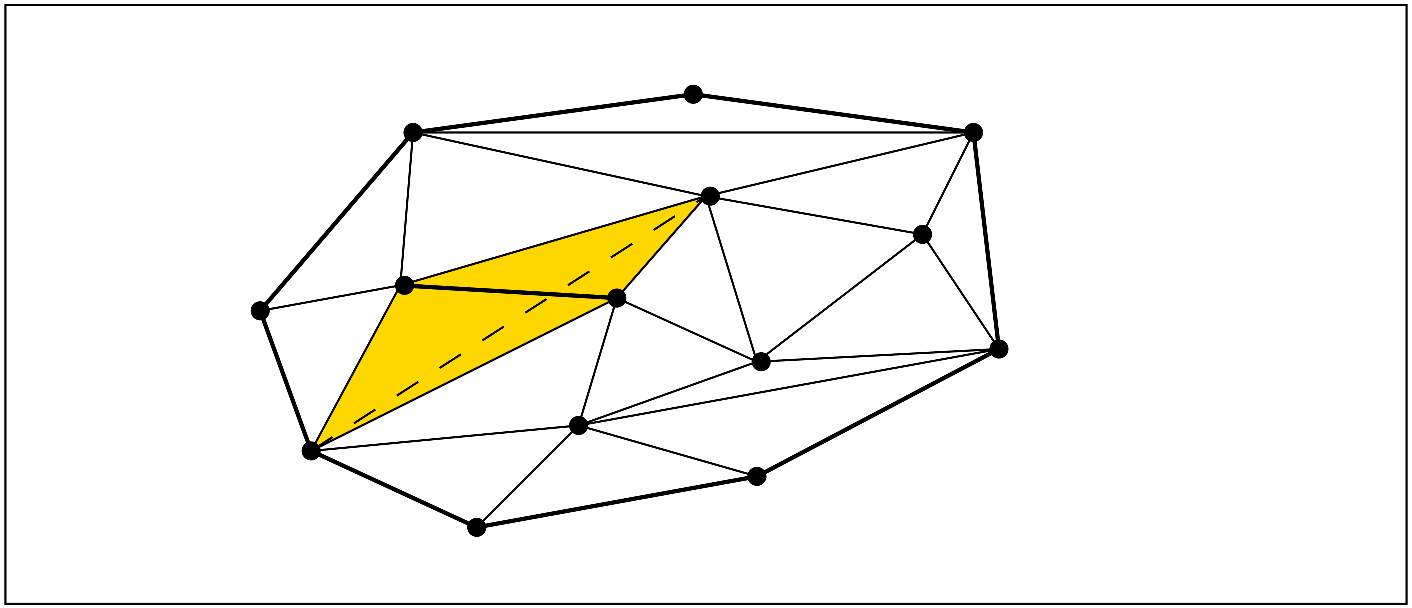
Triangulación

- Dada una nube de puntos, es una partición de su cierre convexo en un conjunto de triángulos con interior disjunto con vértices en puntos de la nube
- Con dos triangulos formando un convexo se puede hacer un *flip* sobre una arista



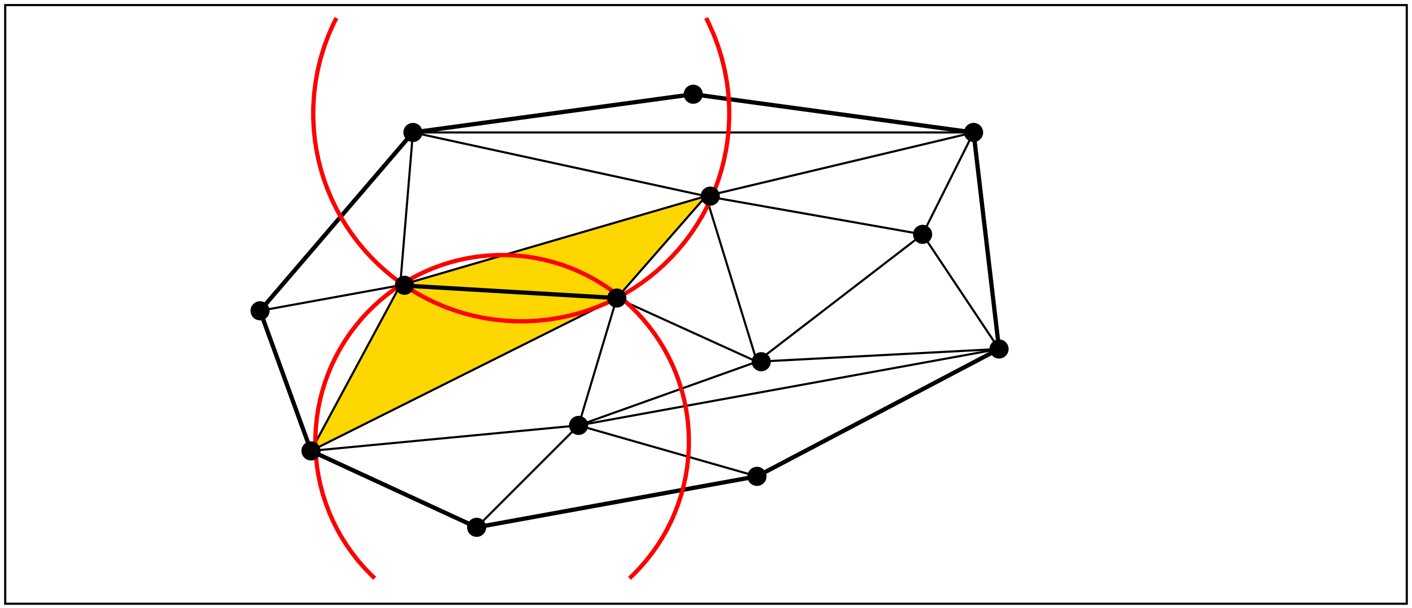
Triangulación

- Dada una nube de puntos, es una partición de su cierre convexo en un conjunto de triángulos con interior disjunto con vértices en puntos de la nube
- Con dos triangulos formando un convexo se puede hacer un *flip* sobre una arista



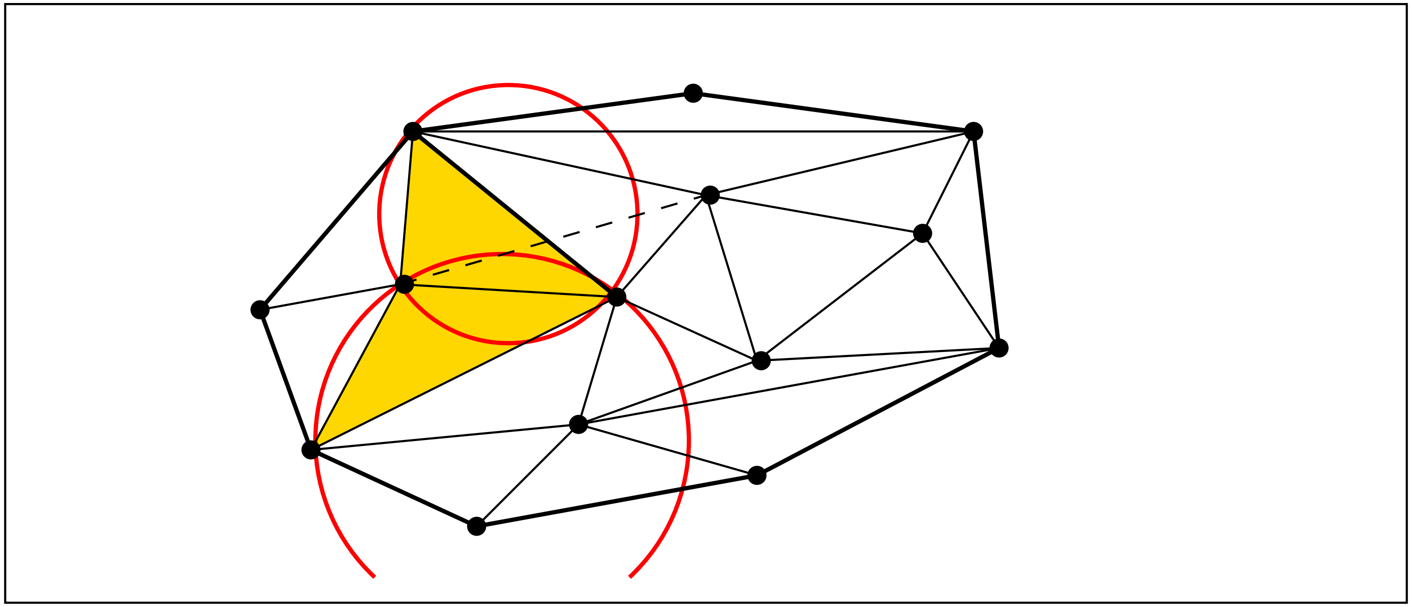
Triangulación de Deloné

- Triangulación que satisface la propiedad de circuncírculo vacío



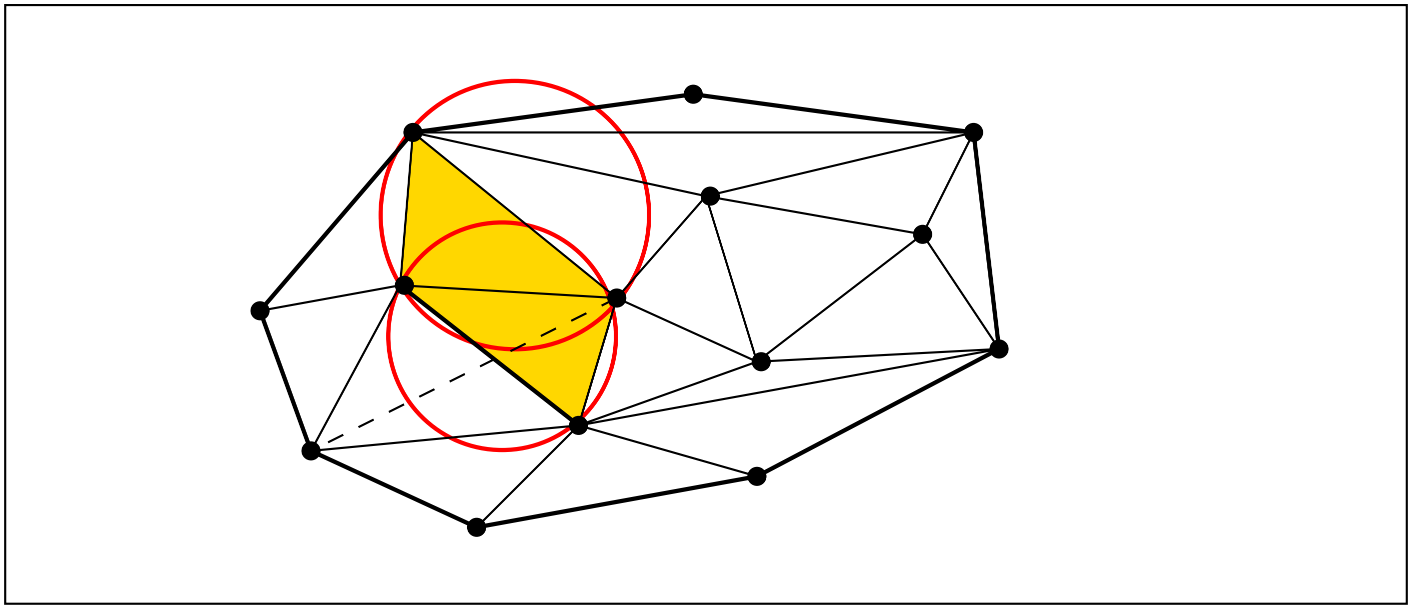
Triangulación de Deloné

- Triangulación que satisface la propiedad de circuncírculo vacío
- Mediante flips sucesivos siempre se puede alcanzar desde cualquier otra



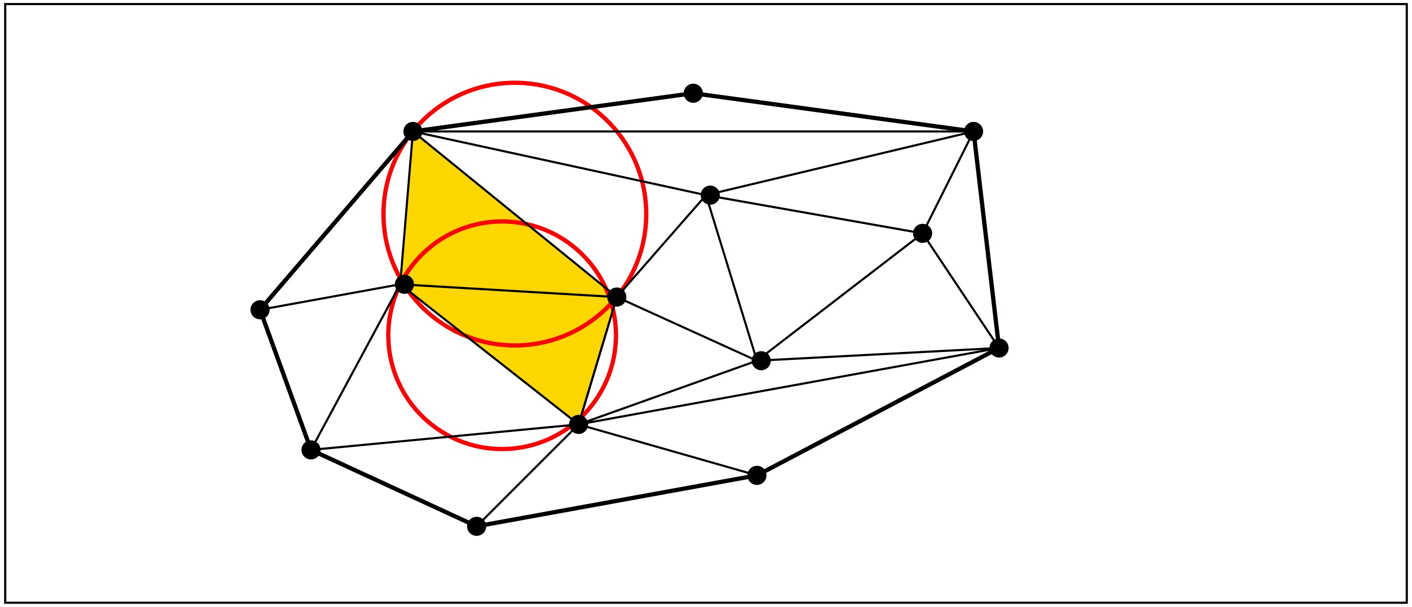
Triangulación de Deloné

- Triangulación que satisface la propiedad de circuncírculo vacío
- Mediante flips sucesivos siempre se puede alcanzar desde cualquier otra



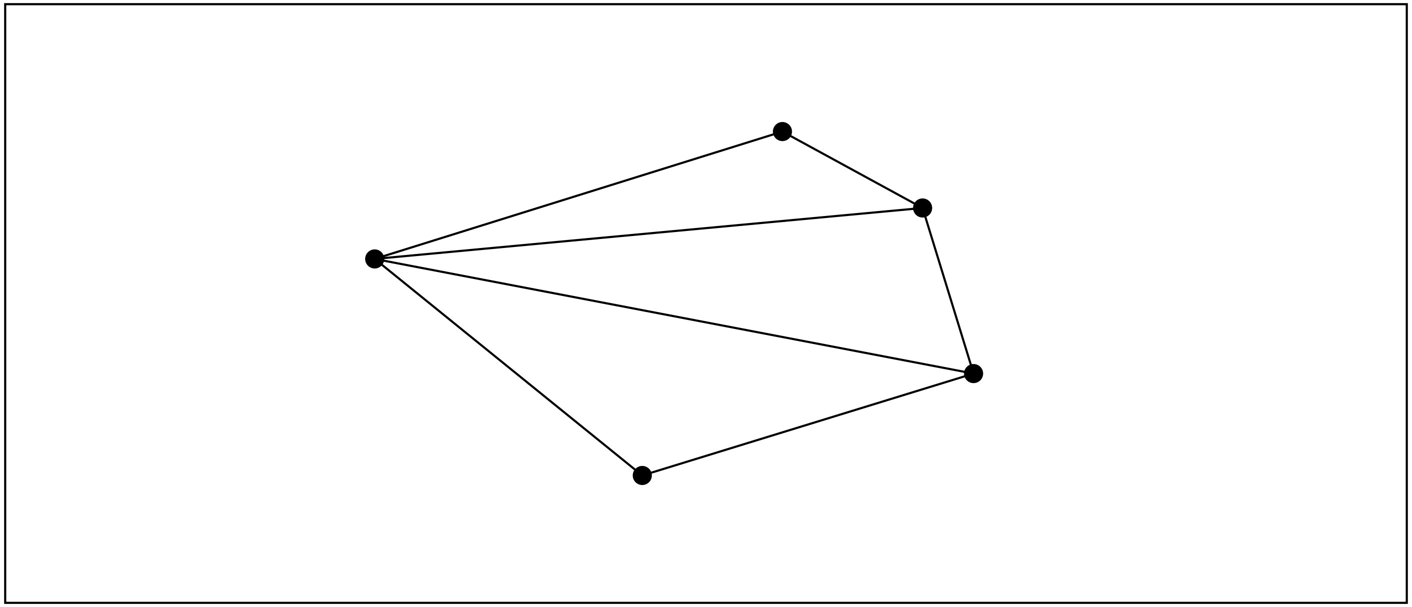
Triangulación de Deloné

- Triangulación que satisface la propiedad de circuncírculo vacío
- Mediante flips sucesivos siempre se puede alcanzar desde cualquier otra



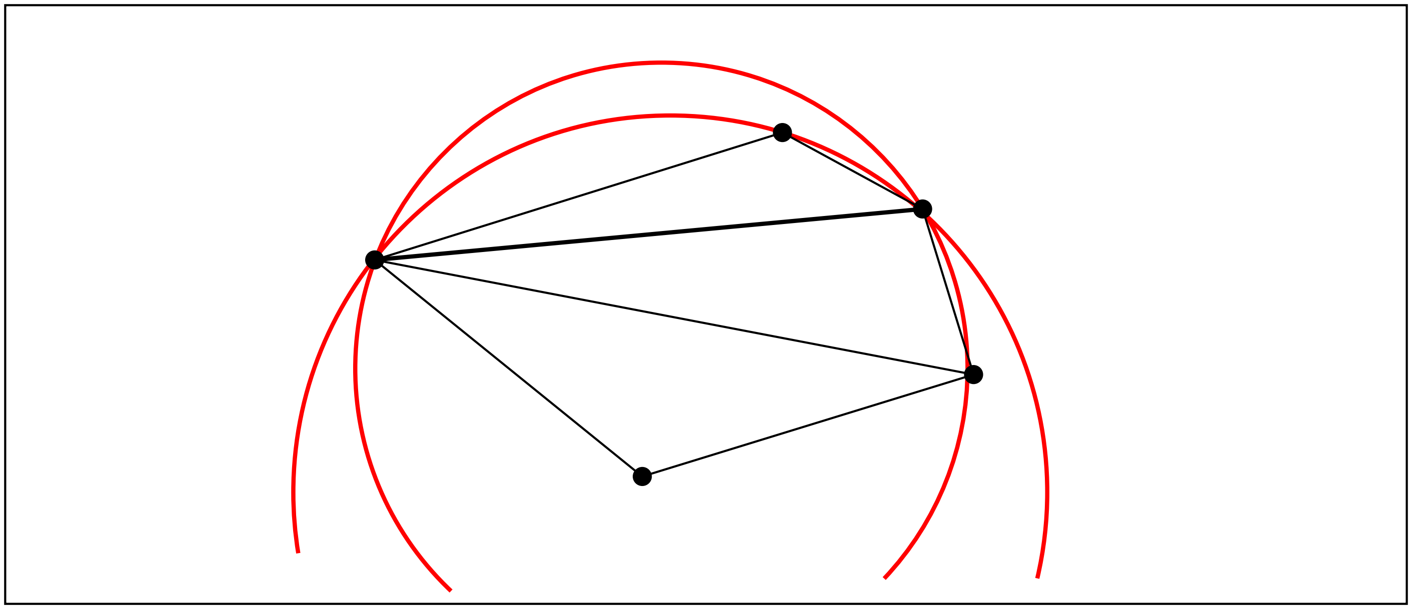
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



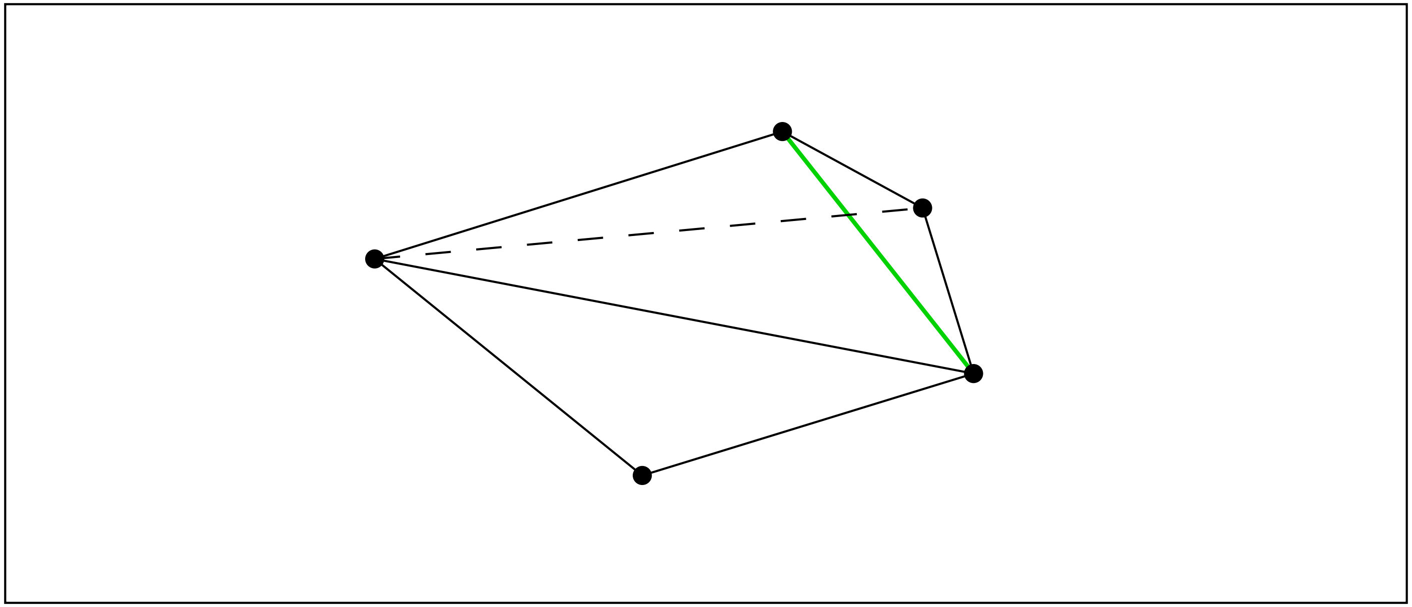
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



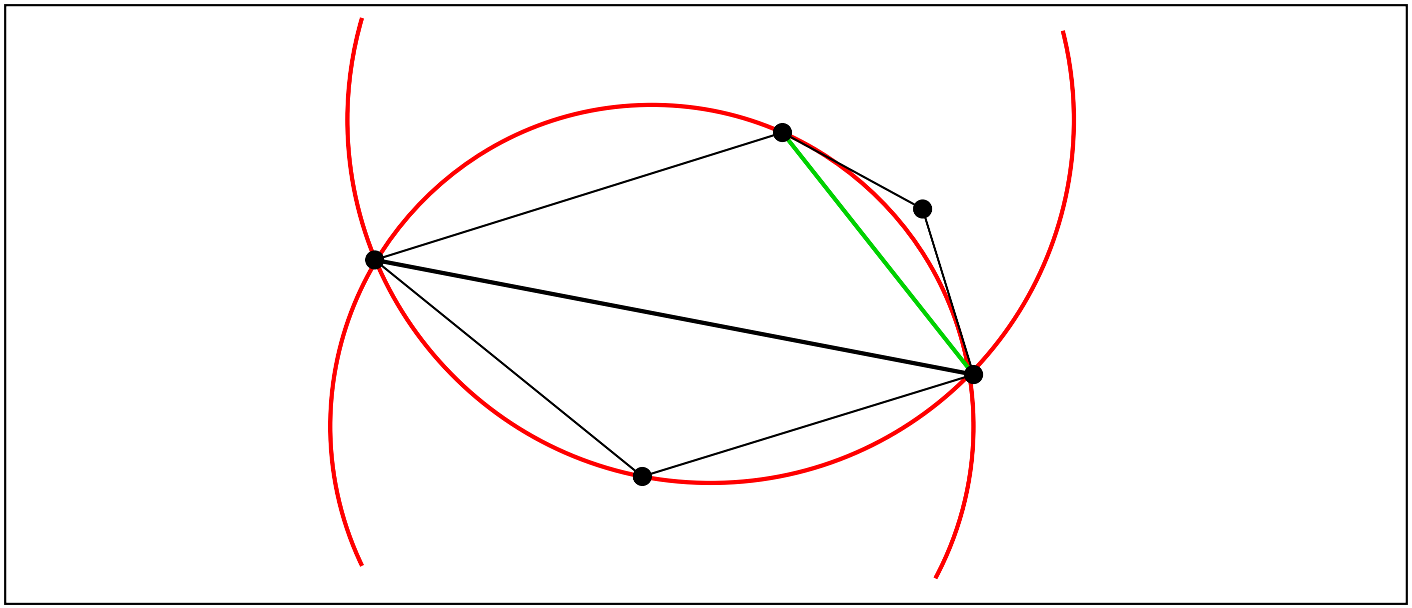
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



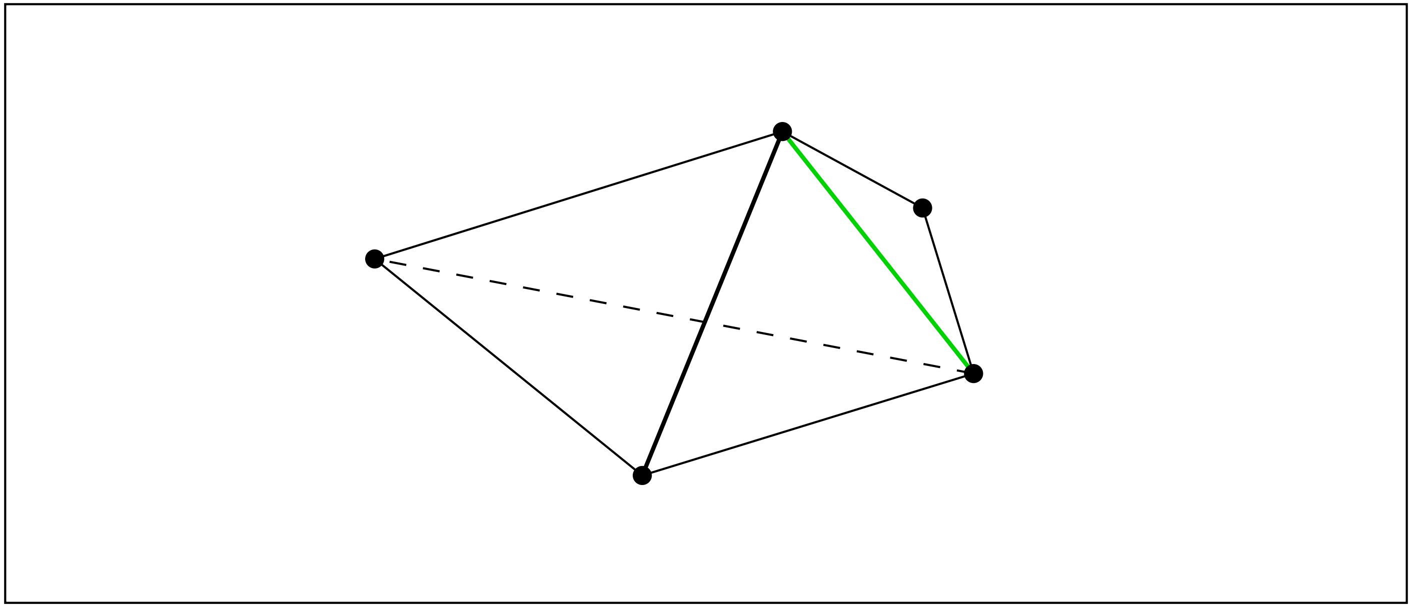
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



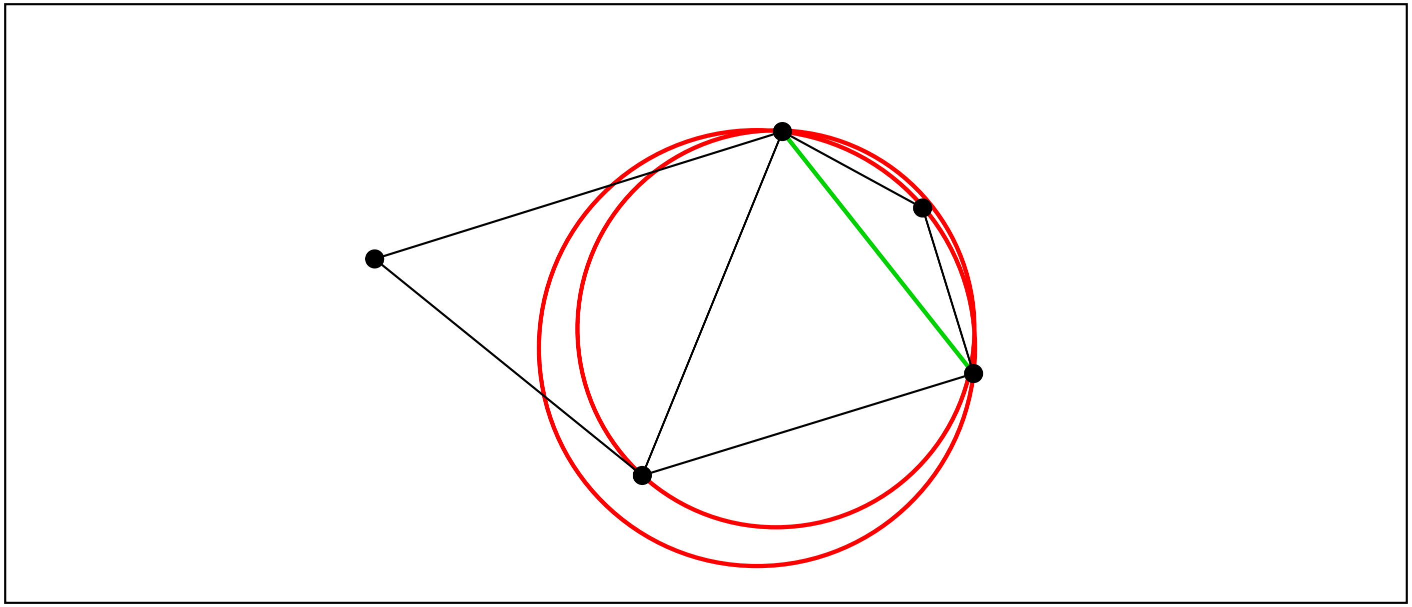
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



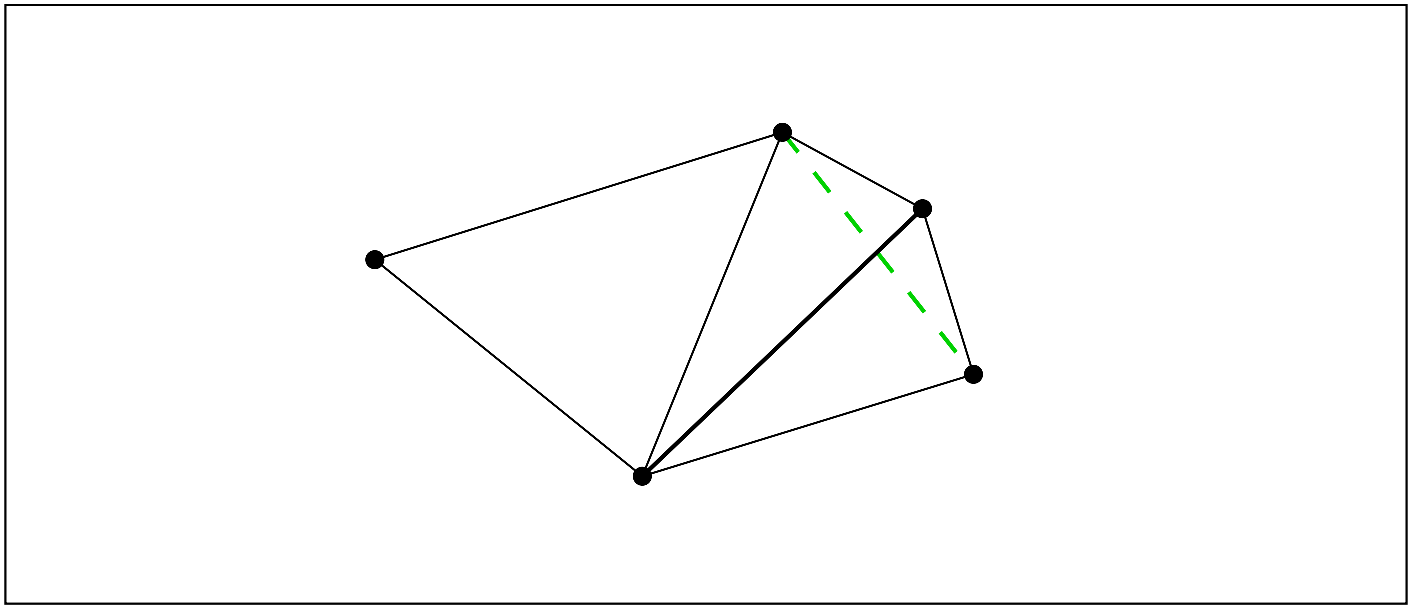
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



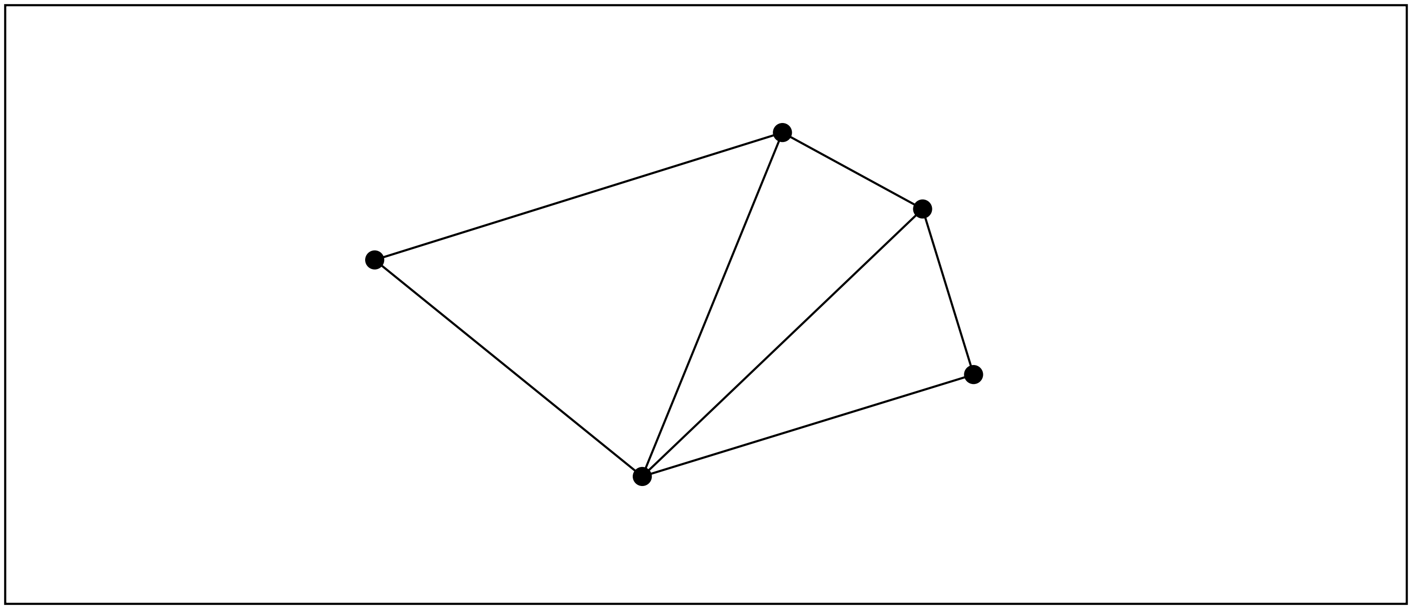
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



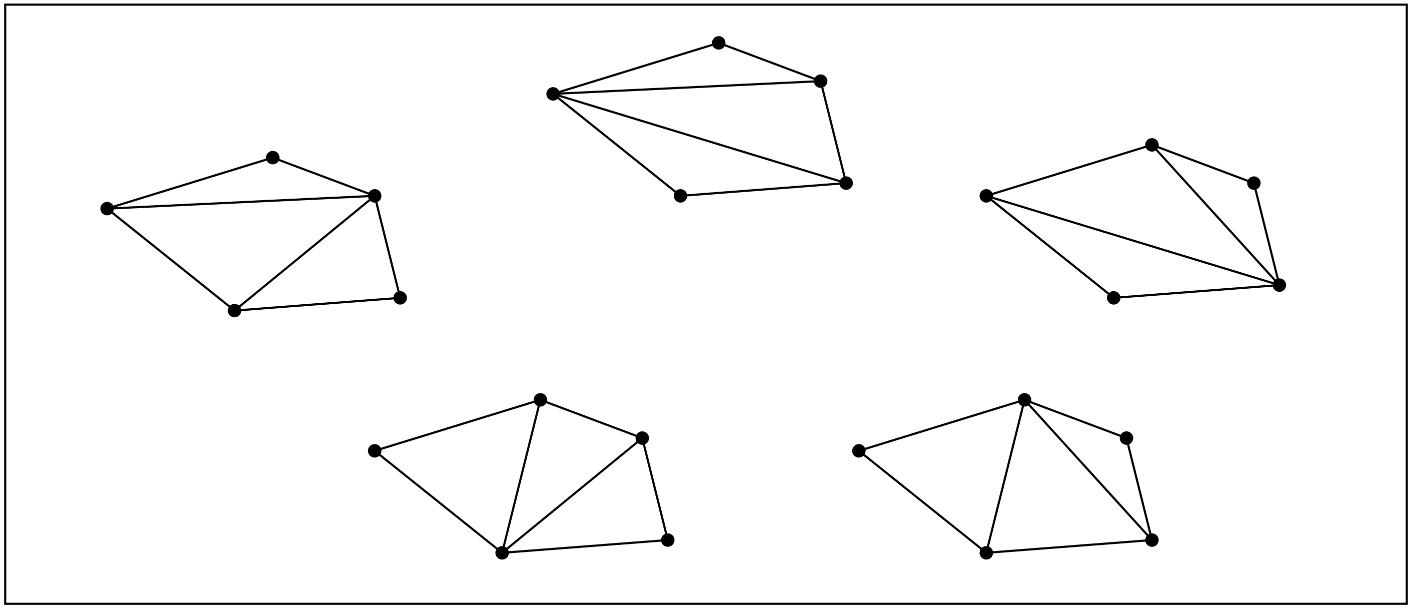
Triangulación de Deloné

- El proceso no garantiza que las nuevas aristas pertenezcan a la triangulación de Deloné



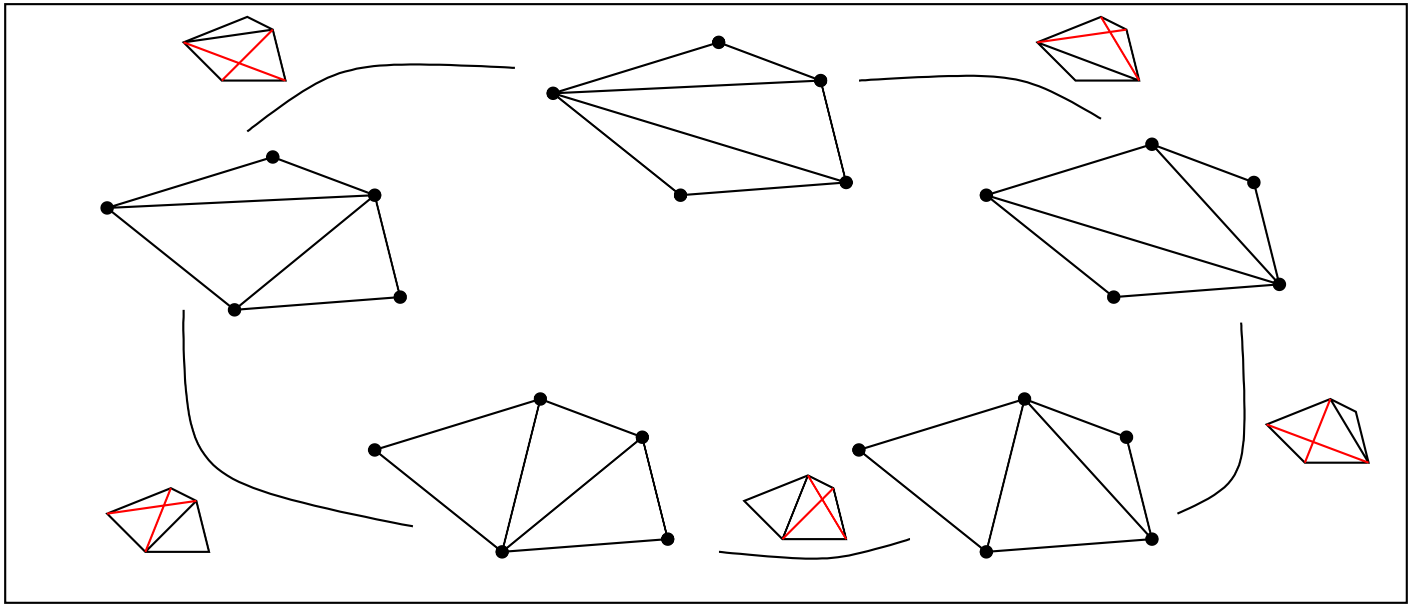
Grafo de triangulaciones

- Cada nodo es una triangulación



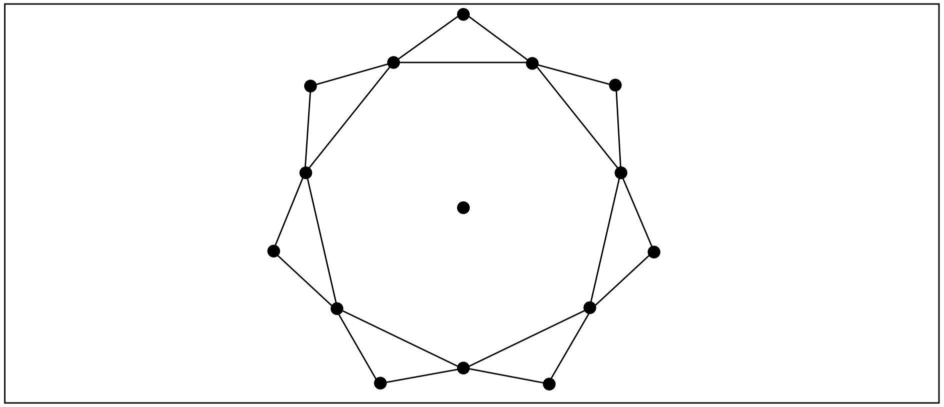
Grafo de triangulaciones

- Cada nodo es una triangulación
- Aristas conectan triangulaciones que difieren en un flip



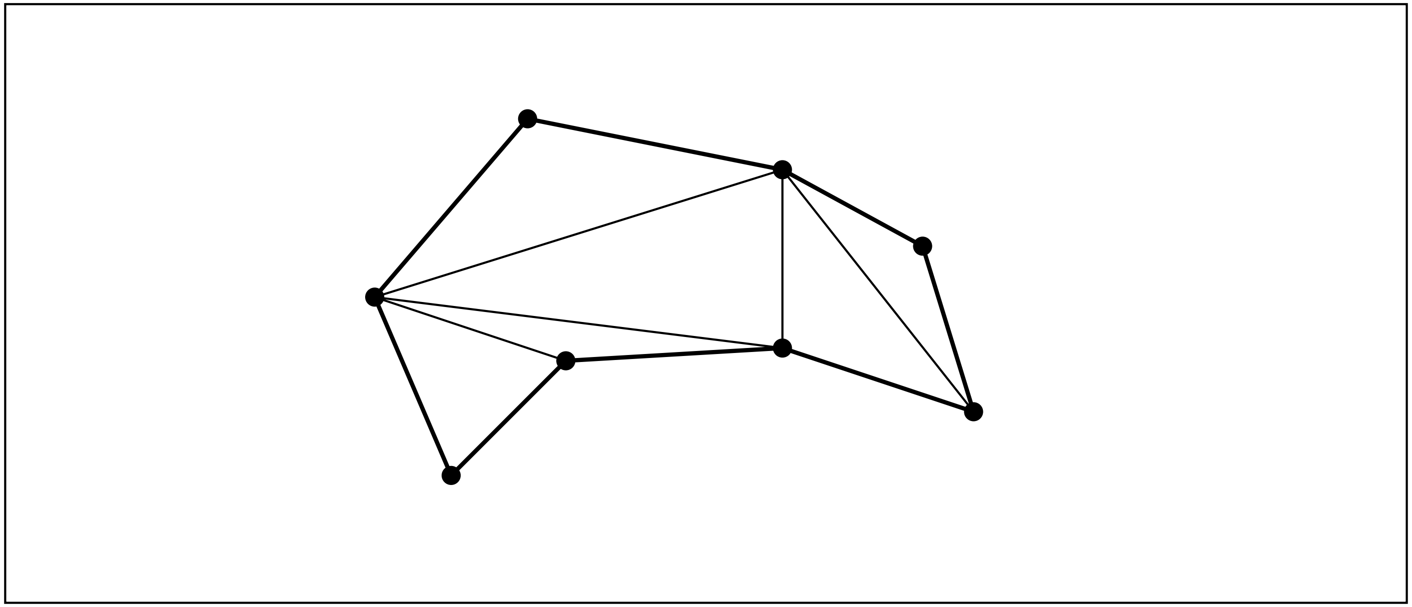
Triangulaciones de una nube de puntos

- El grafo es conexo
- Dados n puntos en posición general, el número de triangulaciones está acotado inferiormente por $\Omega((2+\epsilon)^n))$ para algún $\epsilon > 0$ ($t(n) \geq 0.0822 \times 2.0129^n$)
- El doble círculo tiene $\sqrt{12}^{n-\theta(\log n)}$ triangulaciones
- Siempre se pueden realizar $(n-4)/2$ flips diferentes



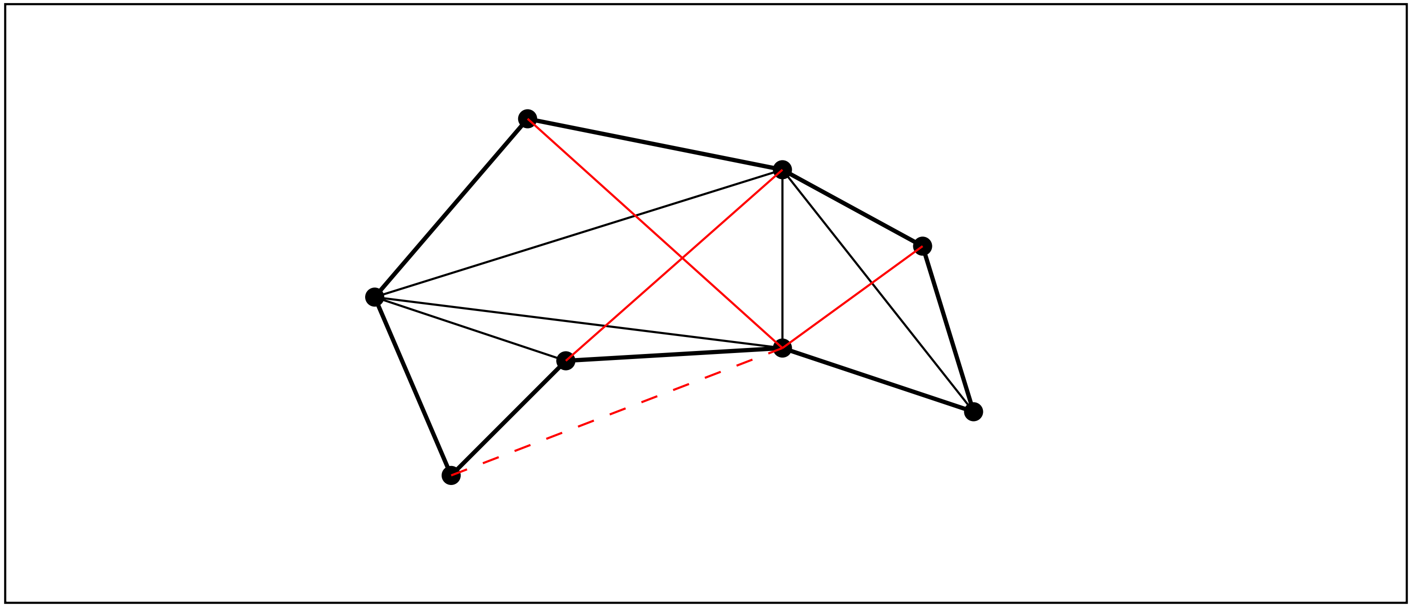
Triangulaciones de polígonos

- Triangular un polígono es triangular su interior



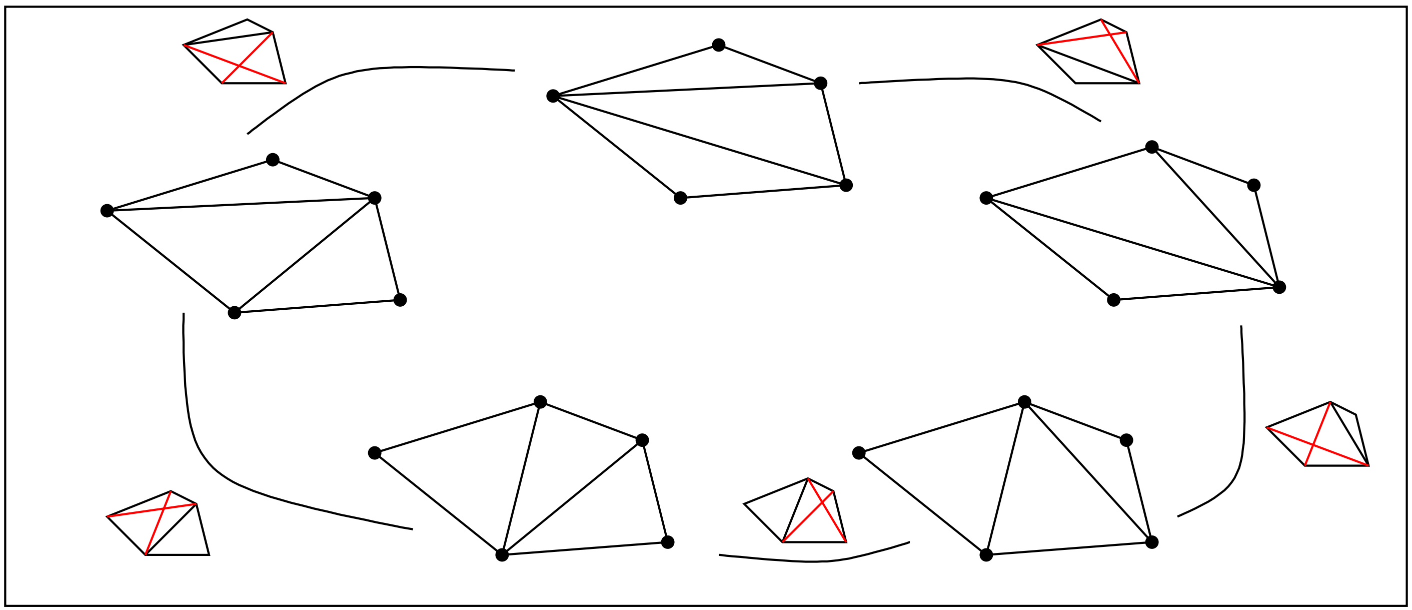
Triangulaciones de polígonos

- Triangular un polígono es triangular su interior
- Cualquier flip mantiene las aristas en el interior del polígono



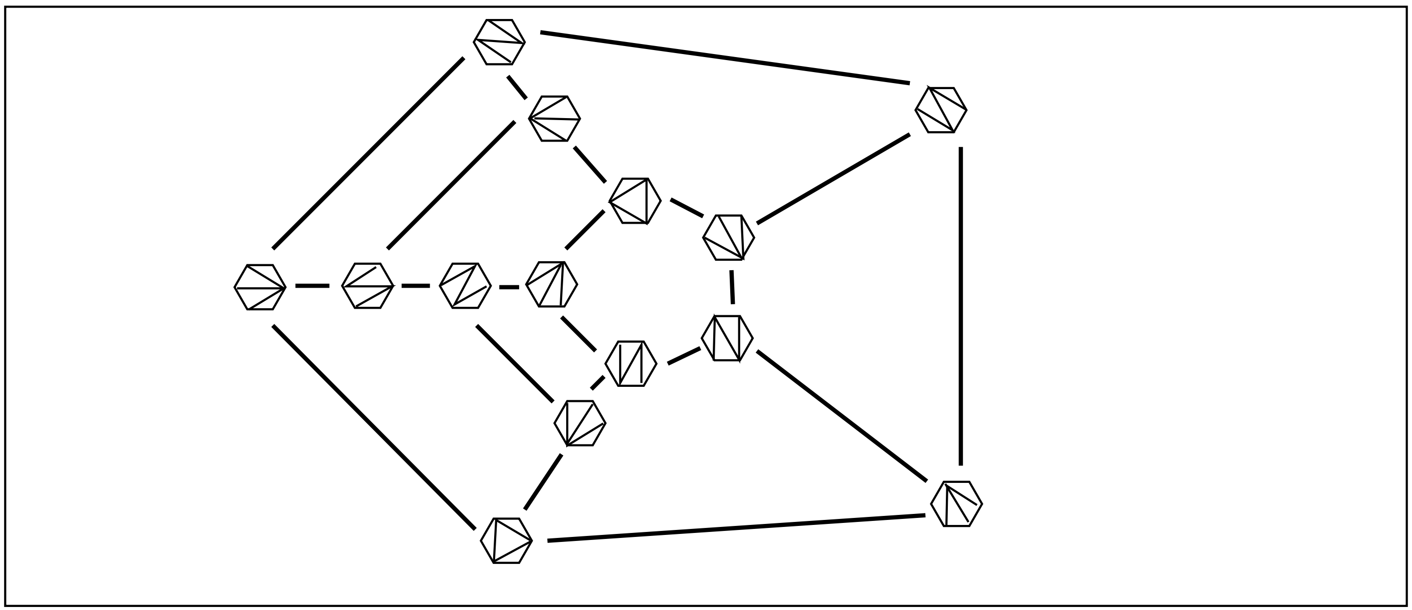
Triangulaciones de un convexo

- El grafo es conexo, tiene un ciclo Hamiltoniano y es el mismo para el mismo n.



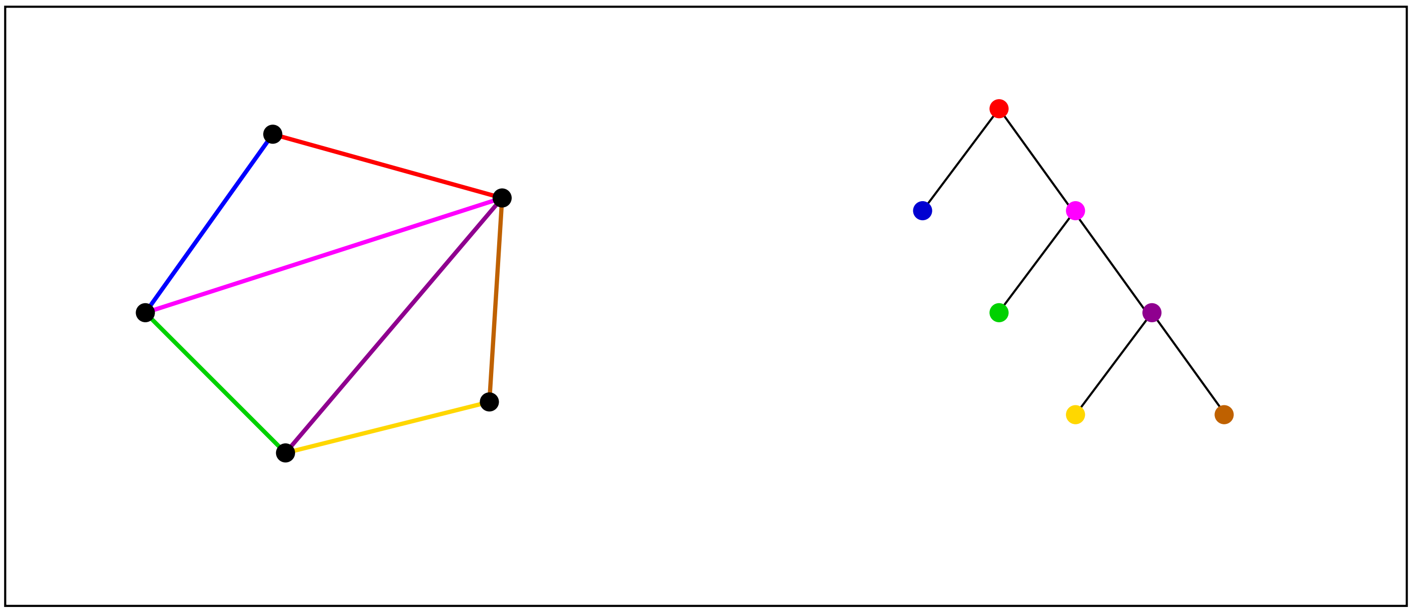
Triangulaciones de un convexo

- El grafo es conexo, tiene un ciclo Hamiltoniano y es el mismo para el mismo n. La excentricidad de los abanicos es $n - 3$



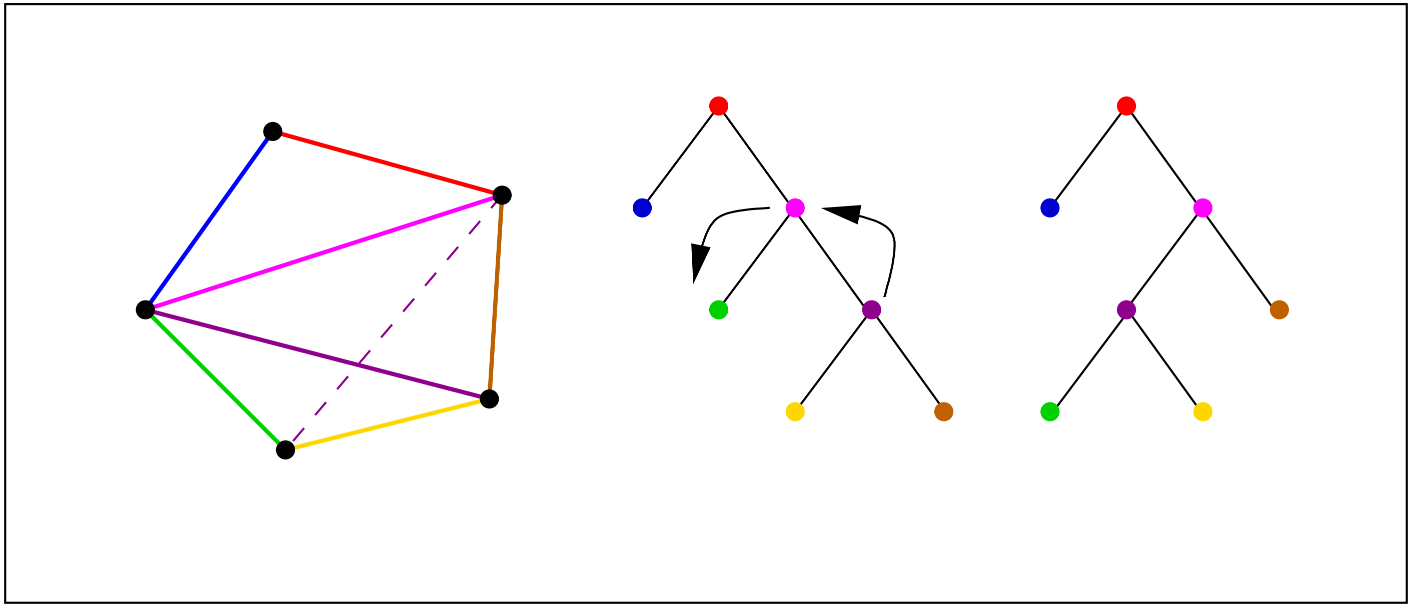
Triangulaciones de un convexo

- El grafo es conexo, tiene un ciclo Hamiltoniano y es el mismo para el mismo n. La excentricidad de los abanicos es $n-3$
- Hay una relación 1-1 entre flips y rotaciones en árboles binarios



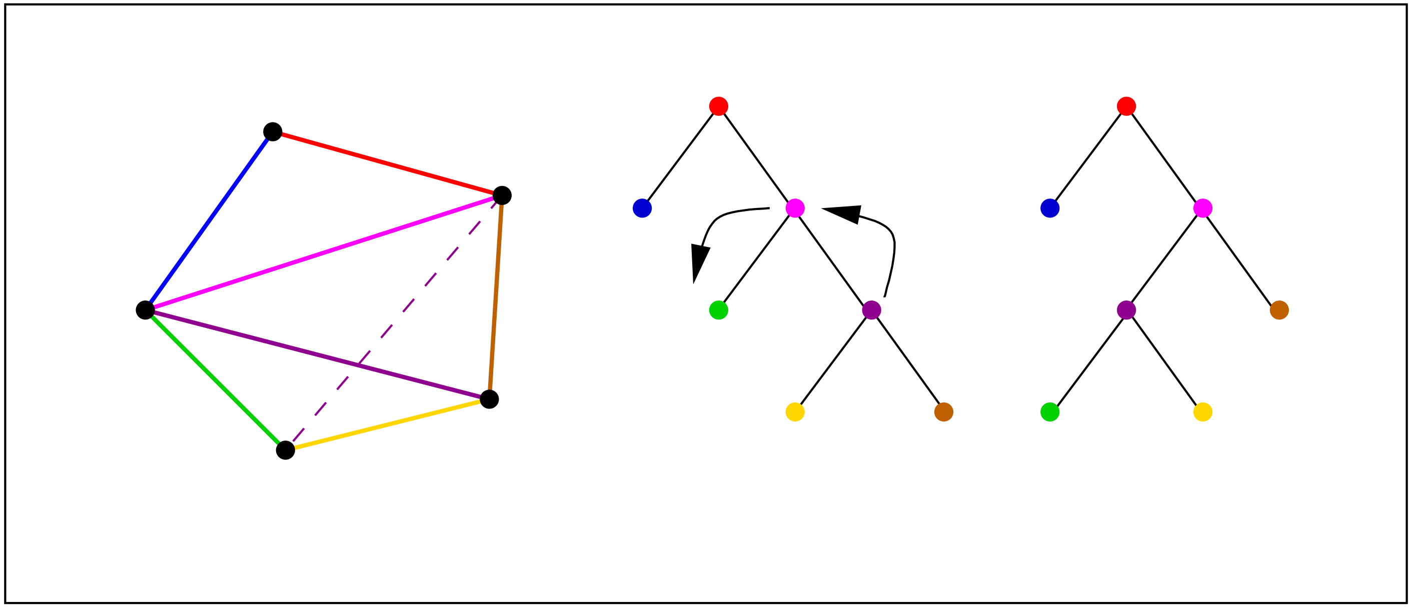
Triangulaciones de un convexo

- El grafo es conexo, tiene un ciclo Hamiltoniano y es el mismo para el mismo n. La excentricidad de los abanicos es $n-3$
- Hay una relación 1-1 entre flips y rotaciones en árboles binarios



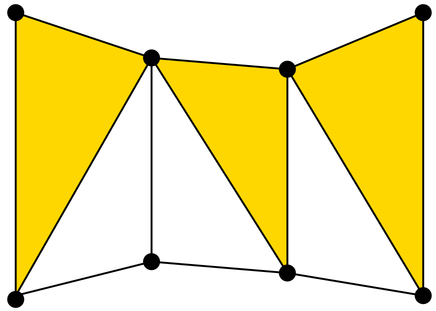
Triangulaciones de un convexo

- El grafo es conexo, tiene un ciclo Hamiltoniano y es el mismo para el mismo n. La excentricidad de los abanicos es $n-3$
- Hay una relación 1-1 entre flips y rotaciones en árboles binarios
- El diámetro del grafo es $2(n-3)$



Triangulaciones de un poligono simple

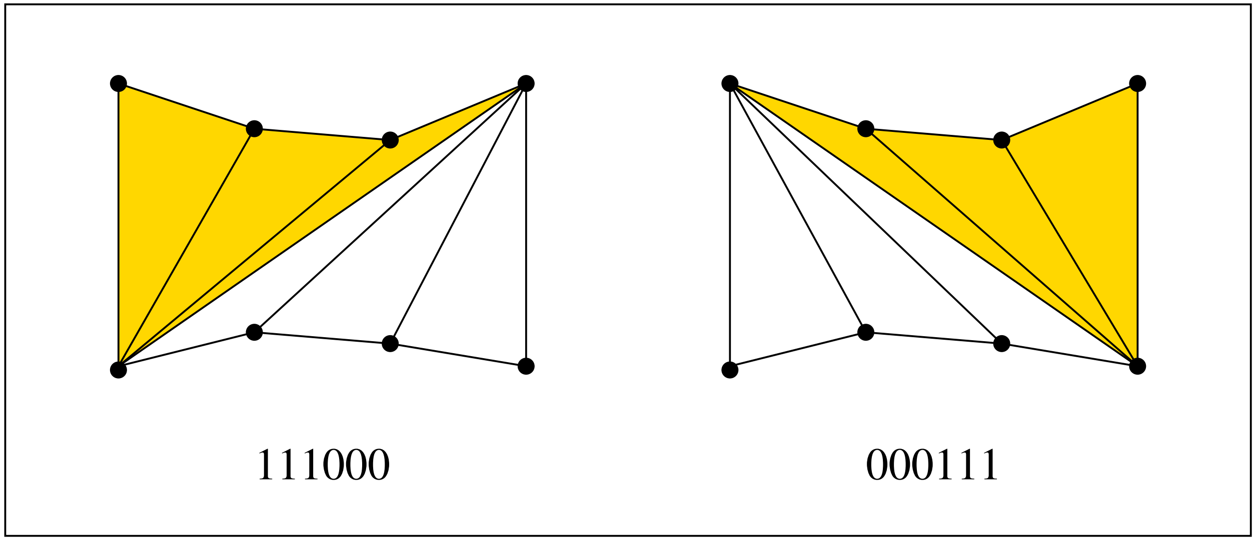
- El grafo es conexo
- El diámetro es, como mucho, el número de aristas de grafo de visibilidad
- Cota inferior: Hay una relación 1-1 entre flips y códigos binarios para este polígono



100101

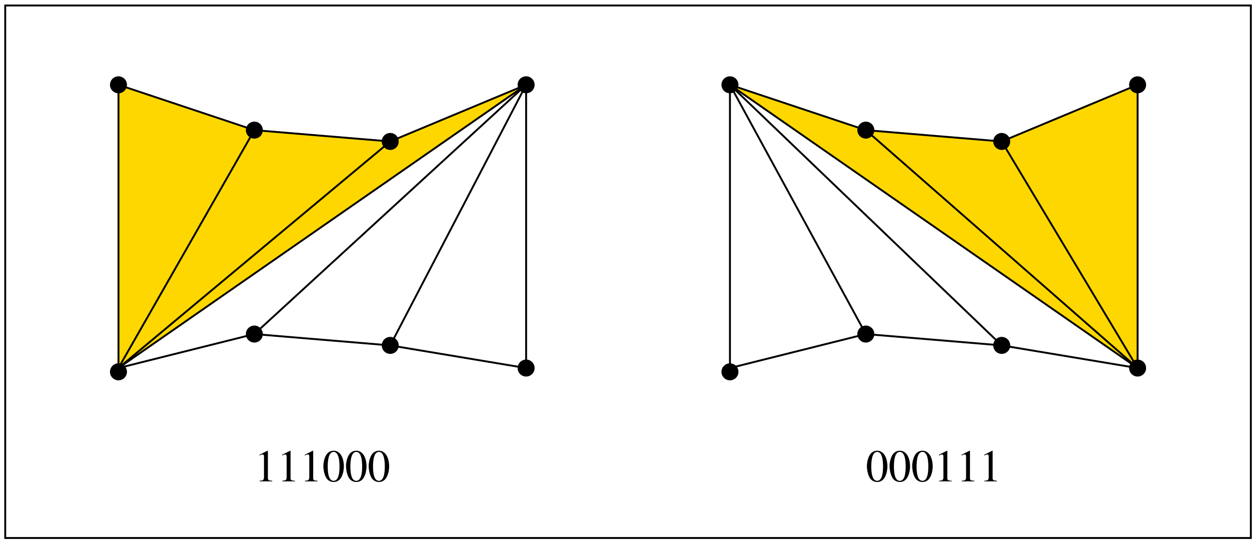
Triangulaciones de un poligono simple

- El grafo es conexo
- El diámetro es, como mucho, el número de aristas de grafo de visibilidad
- Cota inferior: Hay una relación 1-1 entre flips y códigos binarios para este polígono
- El diámetro de este grafo es $(n-1)^2$



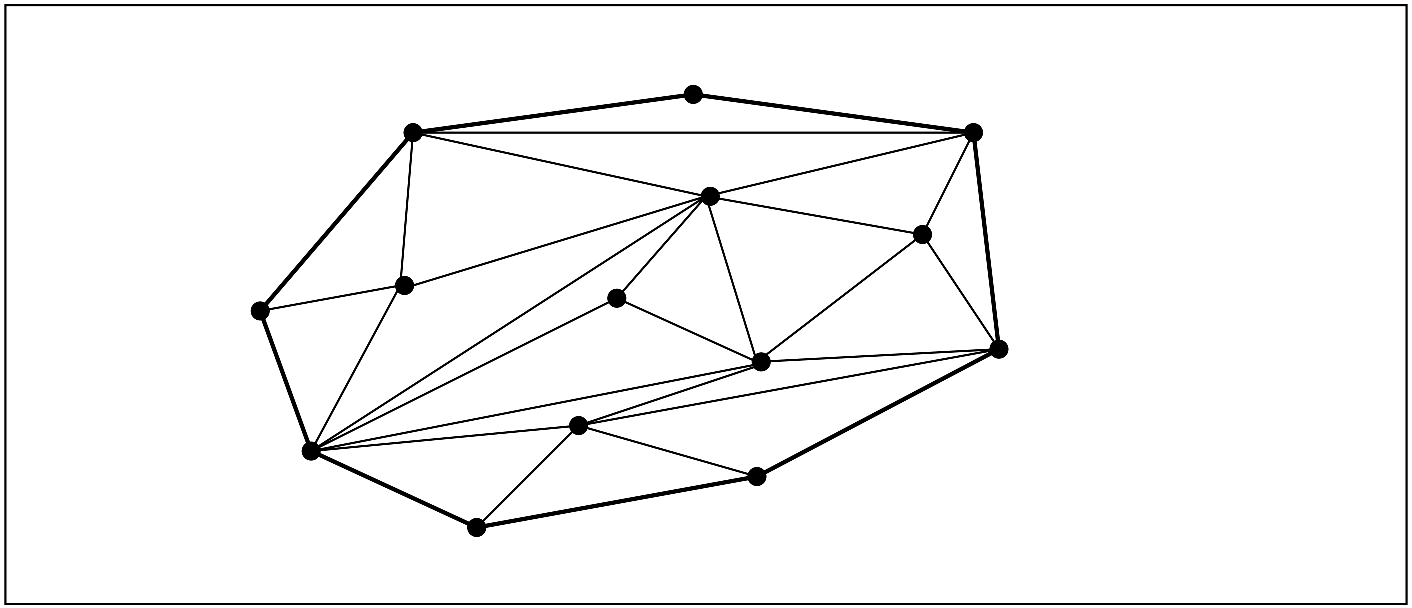
Triangulaciones de un poligono simple

- El grafo es conexo
- El diámetro es, como mucho, el número de aristas de grafo de visibilidad
- En un polígono con k vértices cóncavos el diámetro es $O(n + k^2)$



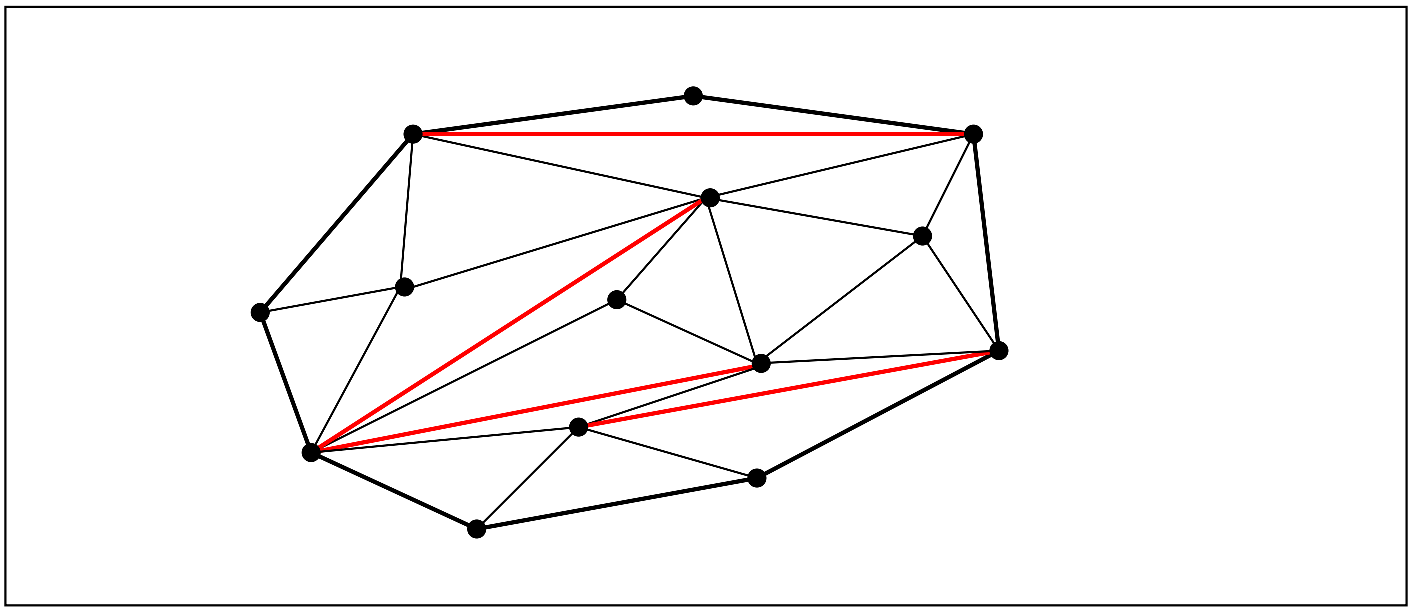
Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)



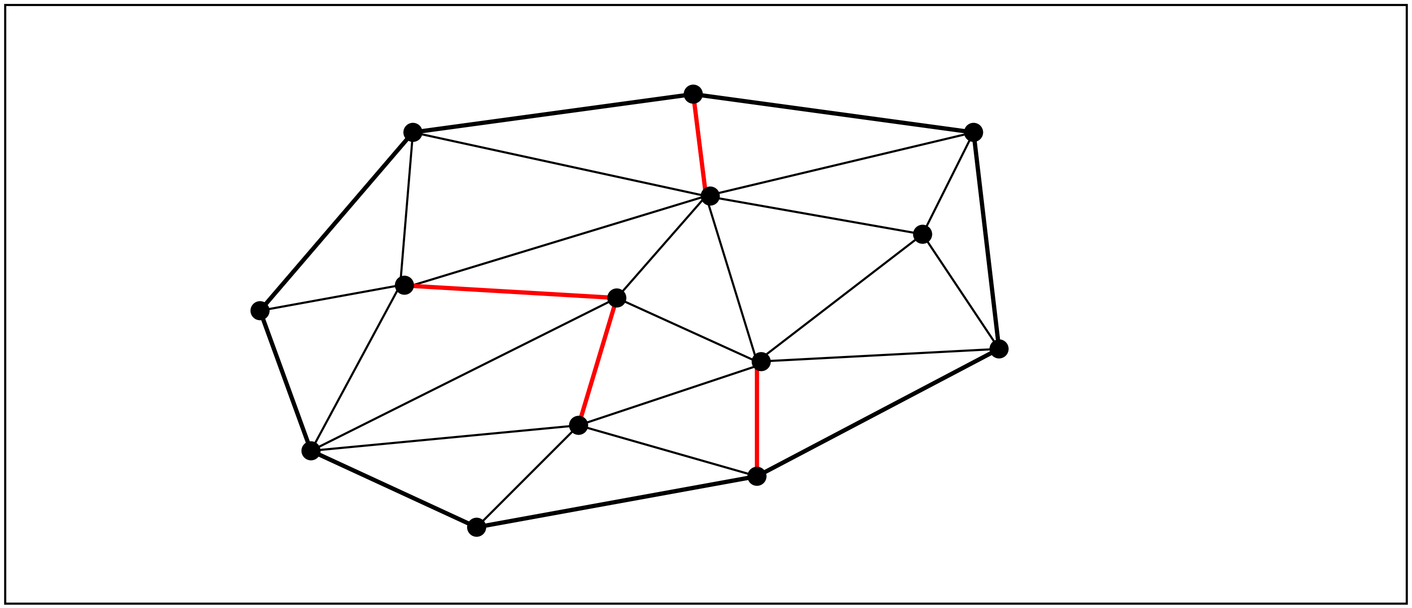
Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)



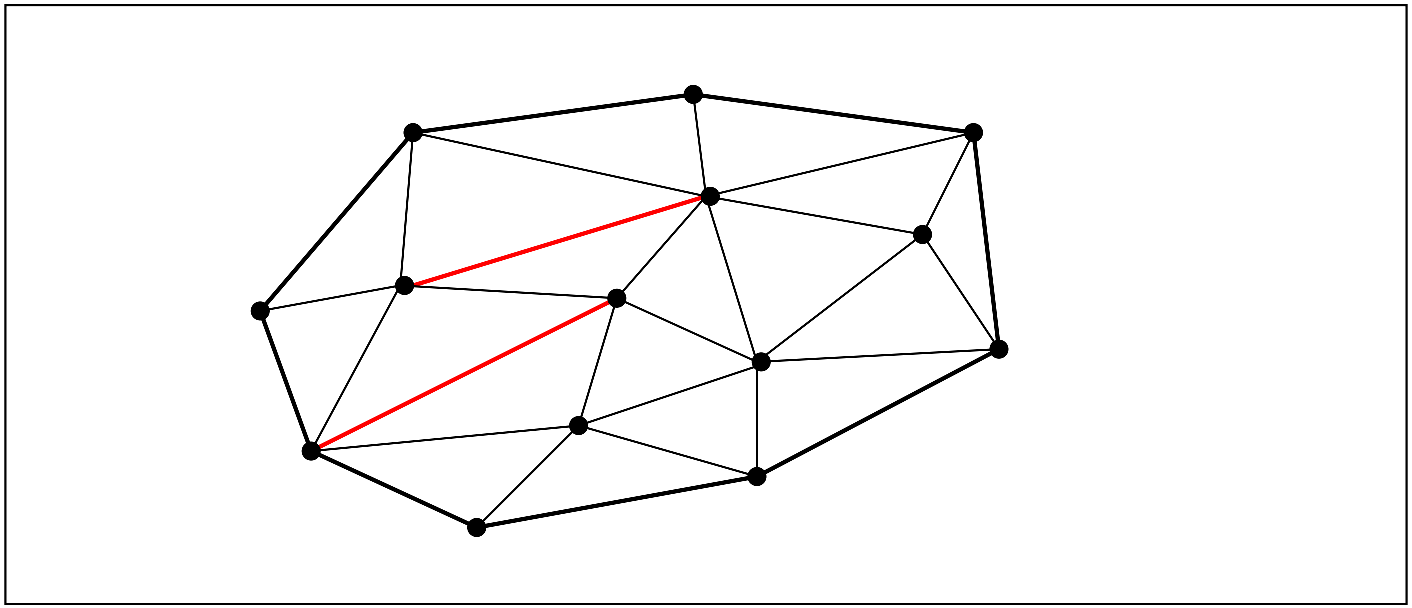
Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)



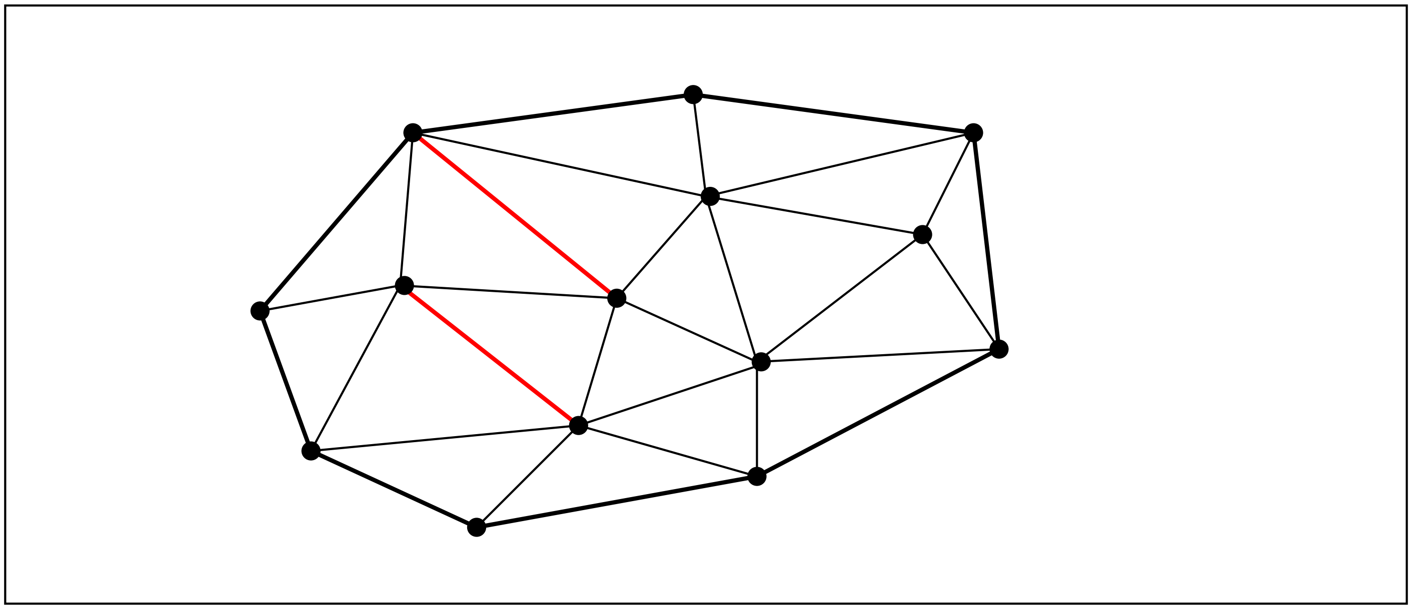
Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)



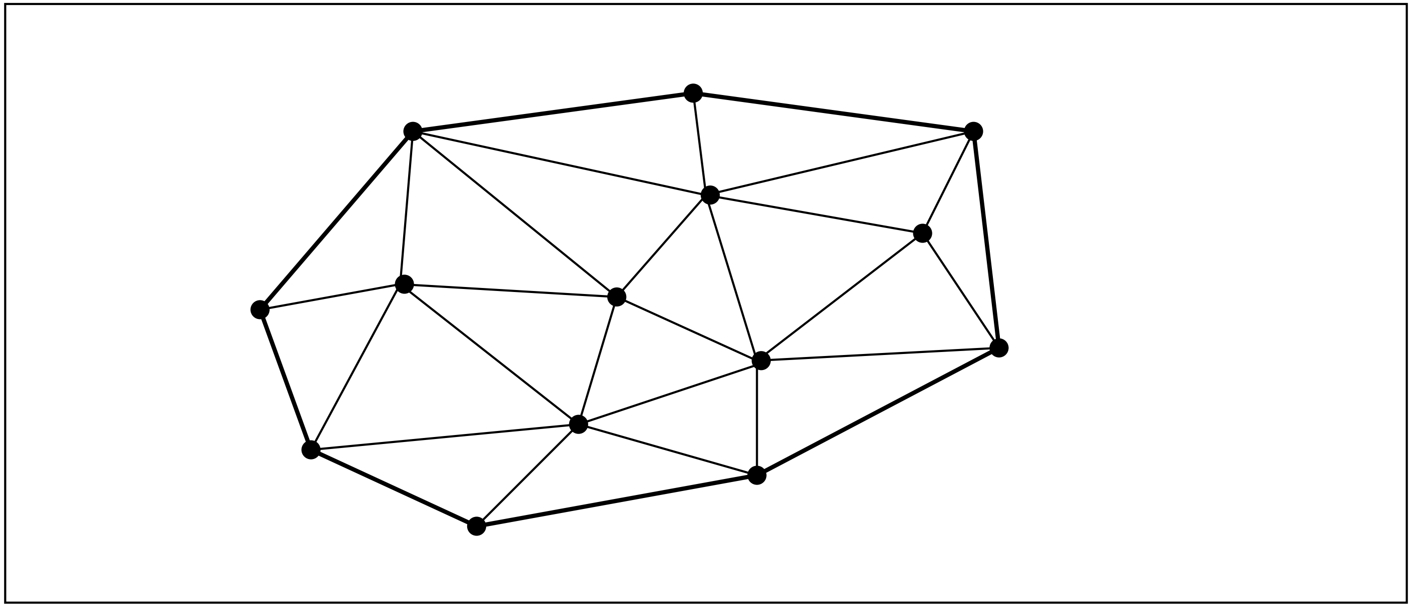
Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)



Flips paralelos

- Primitiva básica: Se pueden hacer flips sobre aristas de triángulos distintos (Prob. abierto: Flips deloné paralelos)
- Siempre se puede hacer flip paralelo sobre $(n-4)/6$ aristas y hay triangulaciones con hasta $(n-4)/5$ en un conjunto de puntos

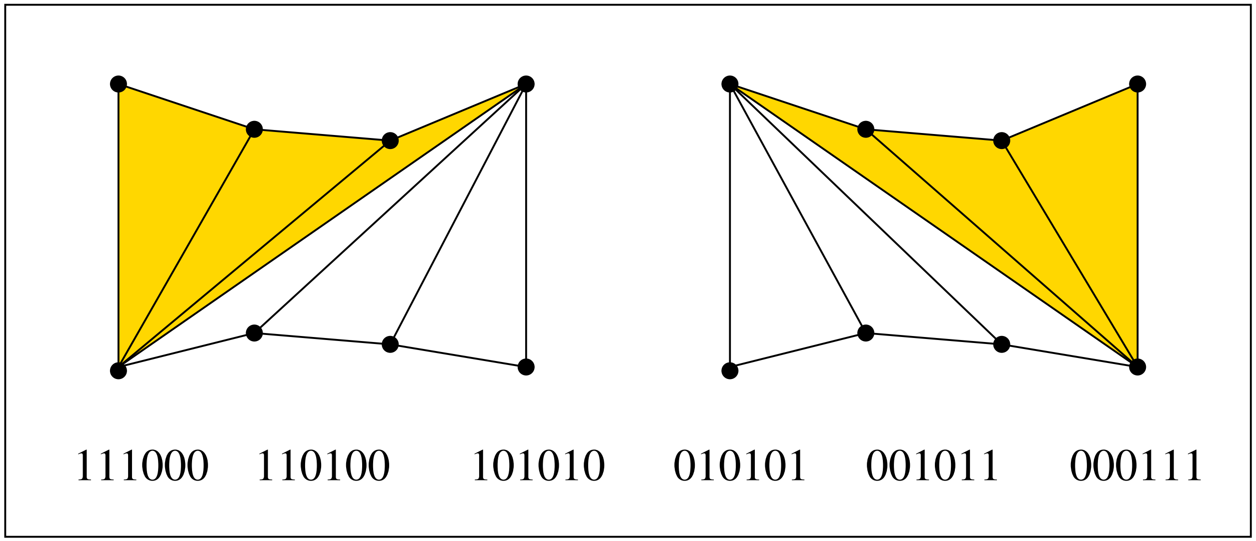


Flips paralelos de un polígono simple

- El diámetro del grafo es $O(n)$

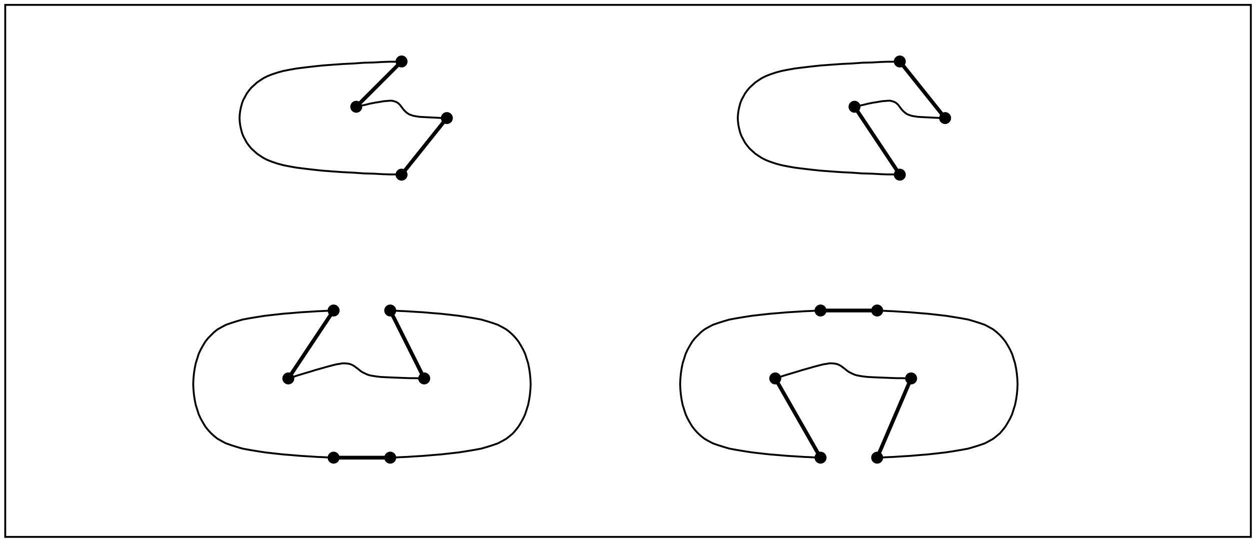
Flips paralelos de un polígono simple

- El diámetro del grafo es $O(n)$
- Hay triangulaciones a distancia $\Omega(n)$



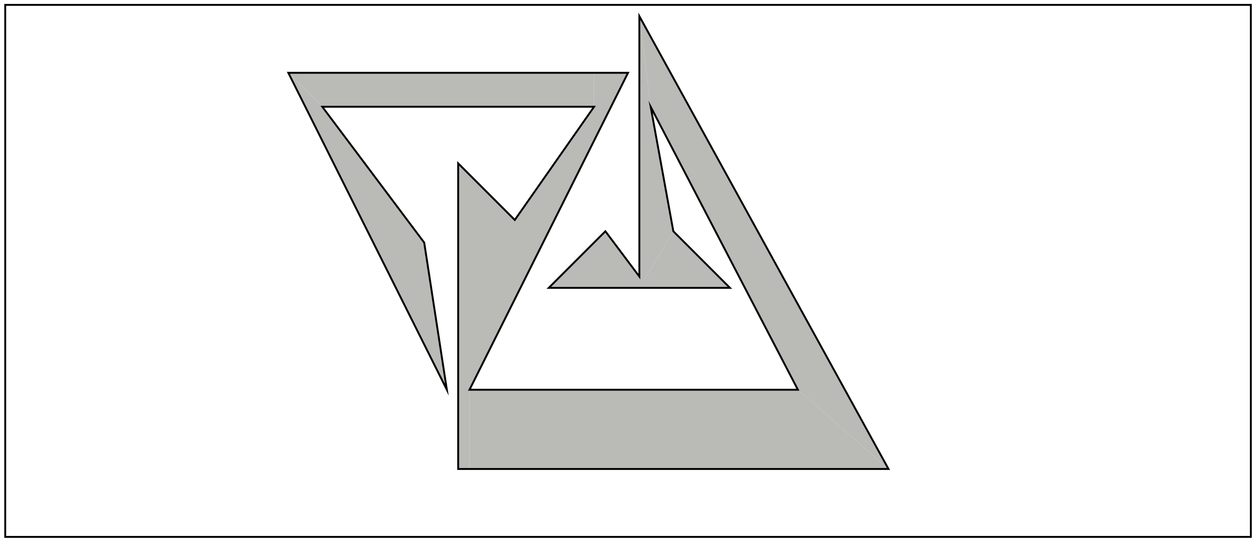
k-Flips de un polígono simple

- Un k-flip cambia k aristas de un polígono



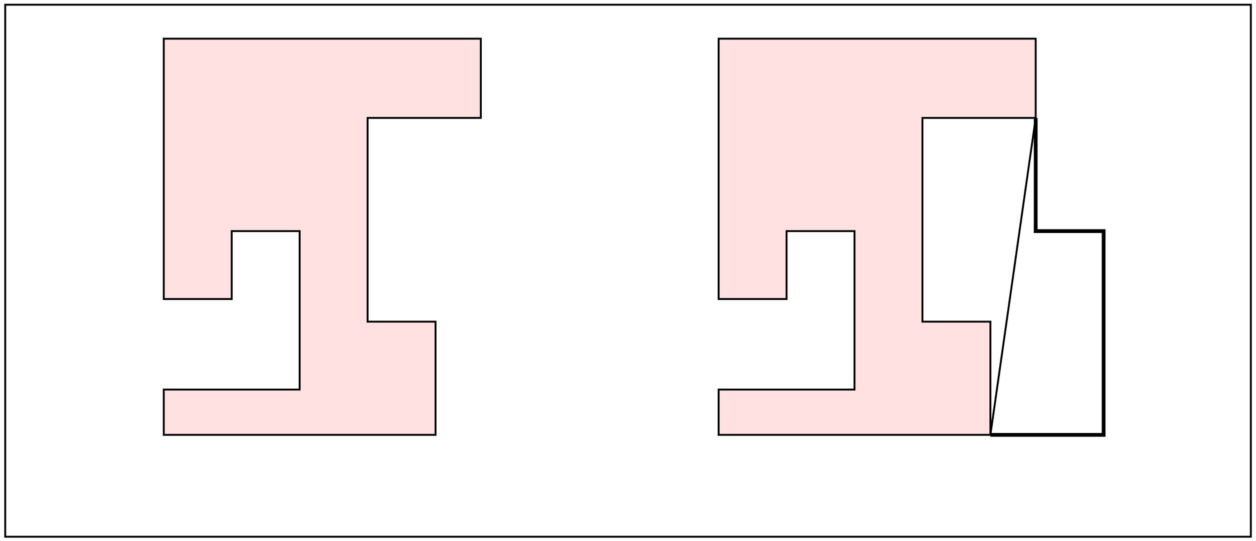
k-Flips de un polígono simple

- Un k-flip cambia k aristas de un polígono
- Una secuencia de 2-flips no transforma un polígono en cualquier otro



Flipturns de un polígono

- Un flipturn rota una concavidad 180 grados.



Flipturns de un polígono

- Un flipturn rota una concavidad 180 grados.
- Cualquier secuencia de flipturns lleva al mismo convexo en $n-5$ pasos si es ortogonal y en n^2-4n-1 si no.