

1. (a) Eliminando símbolos inútiles, y luego reglas  $\epsilon$  se obtiene la gramática

$$\begin{aligned} S &\rightarrow B \mid C \\ B &\rightarrow a \mid Bb \mid Ca \\ C &\rightarrow b \mid Ba \end{aligned}$$

que presenta recursión indirecta ( $B, C$ ).

La elección del orden de auxiliares  $S, C, B$  y la aplicación del algoritmo de eliminación de recursión por la izquierda permite obtener

$$\begin{aligned} S &\rightarrow B \mid C \\ B &\rightarrow aB' \mid baB' \\ B' &\rightarrow bB' \mid aaB' \mid \epsilon \\ C &\rightarrow b \mid Ba \end{aligned}$$

que ya no presenta recursión por la izquierda.

- (b) Esta gramática no es  $LL(1)$ , puesto que al menos en la casilla de cruce de  $C$  con  $b$  aparecerán las reglas  $C \rightarrow b$  y  $C \rightarrow Ba$ , puesto que  $b \in PRIMEROS(b)$
- (c) De la gramática obtenida puede deducirse que a partir de  $B'$  puede generarse única y exclusivamente  $\alpha = (b \mid aa)^*$ , y por lo tanto, desde  $B$  se podrá generar exactamente  $(a \mid ba)\alpha$ , y desde  $C$ ,  $b \mid (a \mid ba)\alpha$ . Por lo tanto el lenguaje generado es  $a\alpha(a \mid \epsilon) \mid ba\alpha(a \mid \epsilon)$ . A partir de ahí puede calcularse el RFD.

También puede obtenerse un RFN directamente a partir de la gramática equivalente regular por la derecha que se obtiene eliminando reglas simples para  $S$ .

El autómata mínimo resultante es

$$\begin{array}{c} A \\ (B) \\ (C) \\ D \end{array} \left| \begin{array}{c} B \\ C \\ B \\ D \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C \\ B \\ D \\ D \end{array} \right|$$

2. La única derivación más a la derecha posible (para las tres formas del enunciado) es

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow ABa \Rightarrow Aba \Rightarrow AbBba \Rightarrow AbBaba \Rightarrow Abbaba \Rightarrow abbaba$$

Por lo tanto, los pivotes son, en el primer caso, la regla  $B \rightarrow Ba$  con el consecuente en la segunda posición, en el segundo la regla  $B \rightarrow b$  para la  $b$  de la tercera posición y la regla  $A \rightarrow a$  para la  $a$  inicial en el tercer caso.

3. Basta hacer una máquina de Turing que haga lo siguiente
- si la cadena empieza por un  $|$ , lo borre y vaya a la derecha, pasando sobre los  $|$ , hasta reescribirlo en sustitución del signo  $+$
- si la cadena empieza por  $+$ , sencillamente lo borre
- en ambos casos, continúe hacia la derecha hasta encontrar el símbolo  $=$ , para borrarlo
- y finalmente comprueba que no hay nada más detrás.
- Por ejemplo

$$\begin{array}{l}
 q_1 \\
 q_2 \\
 q_3 \\
 q_4 \\
 (q_5)
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 q_2, b, \rightarrow \\
 q_2, |, \rightarrow \\
 q_3, |, \rightarrow \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \right|
 \begin{array}{l}
 + \\
 q_3, b, \rightarrow \\
 q_3, |, \rightarrow \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 = \\
 \\
 \\
 q_4, b, \rightarrow \\
 \\
 \end{array}
 \right|
 \begin{array}{l}
 b \\
 \\
 \\
 \\
 q_5, b, \rightarrow \\
 \end{array}
 \right|$$

4. El lenguaje es independiente de contexto no regular. Es generable por la gramática  $S \rightarrow 1S1 \mid R, R \rightarrow +P, P \rightarrow 1P1 \mid =$  y su intersección con  $1^* + 1 = 1^*$  es  $\{1^p + 1 = 1^{p+1}\}$  que claramente no verifica el lema de bombeo de regulares. Por lo tanto el algoritmo más adecuado es un autómata a pila.