

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES
Ingeniería Técnica en Informática de Gestión. 2º curso.

25 de junio de 1998.

1. (a) Construir una máquina secuencial de Moore que obtenga como salida la suma módulo cinco de las cifras decimales que se le van presentando en la entrada. El alfabeto de entrada será $\{0, 1 \dots 9\}$ y el de salida $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Por ejemplo, para la cadena de entrada 642531, la de salida será 102201.
- (b) Basándose en la máquina anterior, mostrar cómo podría hallarse una expresión regular para el conjunto de cadenas de dígitos que verifiquen simultáneamente las tres condiciones siguientes:
 - i. Están formadas exclusivamente por unos y doses
 - ii. La suma de sus dígitos es un múltiplo de 5
 - iii. Ninguno de sus prefijos propios verifica la propiedad *ii*Indicar un conjunto infinito de cadenas que verifique estas tres propiedades.

2. Considérese la siguiente definición recursiva de un lenguaje L_1 sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$:

- $b \in L_1$ y $\epsilon \in L_1$
- si $x \in L_1$, entonces $axb \in L_1$ y $bx a \in L_1$
- si $x, y \in L_1$, entonces $xy \in L_1$
- No hay otras cadenas en L_1

Se pide:

- (a) Construir una gramática independiente de contexto G que genere L_1 . Justificar que $L_1 = \{x \in (a|b)^* / |x|_b \geq |x|_a\}$ ¿Es G ambigua?
- (b) Obtener, a partir de la gramática anterior, un autómata a pila que reconozca $L_1 - \{\epsilon\}$
- (c) ¿Quién es L_1^2 ? ¿Quién es L_1^* ?
- (d) Construir un autómata a pila determinista para $L_1\{c\}$.
- (e) Obtener justificadamente una gramática que genere el lenguaje $L = \{x \in (a|b)^* / |x|_b \neq |x|_a\}$
- (f) Razonar por qué L no es regular.
- (g) ¿Quién es L^2 ?. ¿Quién es L^* ?

3. (a) Construir una gramática que genere los números romanos desde 1 hasta 3999. Los números romanos serán cadenas formadas por los símbolos I, V, X, L, C, D, M , que corresponden a los valores respectivos 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Los símbolos se escriben en general en orden decreciente de valor y sus valores se suman, excepto en los casos que se obtienen de las siguientes reglas:
- i. I, X, C y M pueden repetirse hasta tres veces consecutivas.
 - ii. V, L y D sólo pueden aparecer una vez en la cadena.
 - iii. I, X , y C restan cuando aparecen delante de otro de mayor valor, en cuyo caso lo harán una sola vez. El símbolo I sólo resta a V y a X , X sólo a L y a C y C sólo a D y a M .
- (b) Construir, utilizando Lex y/o Yacc, un programa que lea números romanos (de 1 a 3999), uno por línea, y muestre para cada uno su valor en nuestro sistema de numeración.
4. (a) Se sabe que, dado un lenguaje L sobre un alfabeto cualquiera, en general $L \subseteq L^+ \subseteq L^*$. Dar un ejemplo, si es posible, de lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que verifiquen respectivamente:
- i. $L \neq L^+ \neq L^*$
 - ii. $L = L^+ \neq L^*$
 - iii. $L \neq L^+ = L^*$
 - iv. $L = L^+ = L^*$
5. (a) ¿Qué es un lenguaje recursivamente numerable?
6. (a) Probar que la función $f(x) = x^2$ es recursiva primitiva (partiendo de la definición de estas funciones). Probar que la función parcial $r(x) = |\sqrt{x}|$ es μ -recursiva.