Slide 23

Forma normal de Chomsky (FNC)

$$A \to BC \qquad A \to a$$

Toda gramática sin reglas ε es equivalente a una en FNC

Si $\varepsilon \notin L$, L es generable por una gramática en FNC

Algoritmo de transformación en FNC:

Entrada: una gramática sin reglas ε (en absoluto) ni reglas simples

repetir

Tomar una regla $A \to \alpha$ que no esté en FNC. Casos:

$\alpha = Bb$	Sustituir $A \to Bb$ por $A \to BA_1$, $A_1 \to b$
$\alpha = B\beta$, $\lvert\beta\rvert > 1$	Sustituir $A \to B\beta$ por $A \to BA_1, A_1 \to \beta$
$\alpha = b\beta$	Sustituir $A \to b\beta$ por $A \to B_1\beta$, $B_1 \to b$

hasta que todas las reglas estén en FNC.

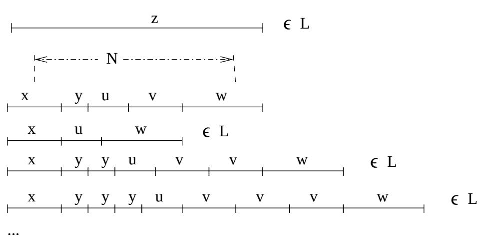
Slide 24

Lema de bombeo

Todo lenguaje independiente de contexto verifica el lema de bombeo *ic*:

$\exists N > 0/$

$$(z \in L \land |z| \geq N) \Rightarrow \exists x, y, u, v, w \in \Sigma_E^*/ \begin{cases} z = xyuvw \\ |yv| > 0 \\ \forall i \geq 0,\ xy^iuv^iw \in L \\ (|yuv| \leq N) \end{cases}$$



Slide 25

Lema

Si G es una gramática en FNC, $A \in \Sigma_A$ y $A \Rightarrow^* x$ en G, con $p = \mathit{prof.}(\mathit{árbol}(A \Rightarrow^* x))$, entonces

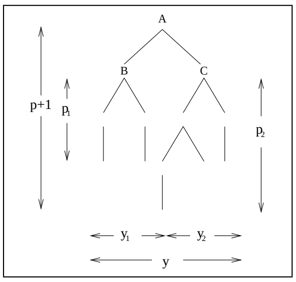
$$p \leq |x| \leq 2^{p-1}$$

Paso de inducción:

$$A \Rightarrow BC \Rightarrow^* y_1 y_2$$

$$1 \leq p_1 \leq p_2 \leq p; \quad p_2 + 1 = p + 1$$

$$\begin{array}{rcl} 1 \leq p_1 & \leq |y_1| \leq & 2^{p_1-1} \leq 2^{p_2-1} \\ p_2 & \leq |y_2| \leq & 2^{p_2-1} \\ \hline 1 + p_2 & \leq |y| \leq & 2 \cdot 2^{p_2-1} = 2^{p_2} \end{array}$$



Slide 26

Lema de bombeo: demostración

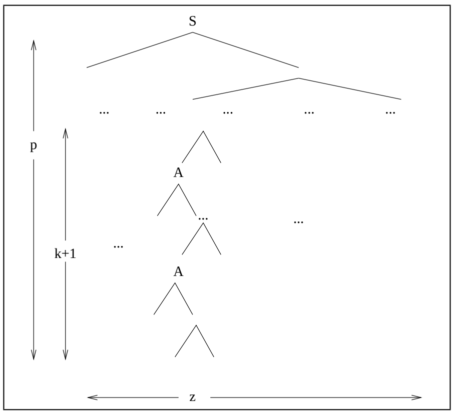
L independiente de contexto. G: gramática en FNC para $L - \{\varepsilon\}$, $k := \#\Sigma_A$ y $N := 2^k$

$z \in L$, $|z| \geq N = 2^k$

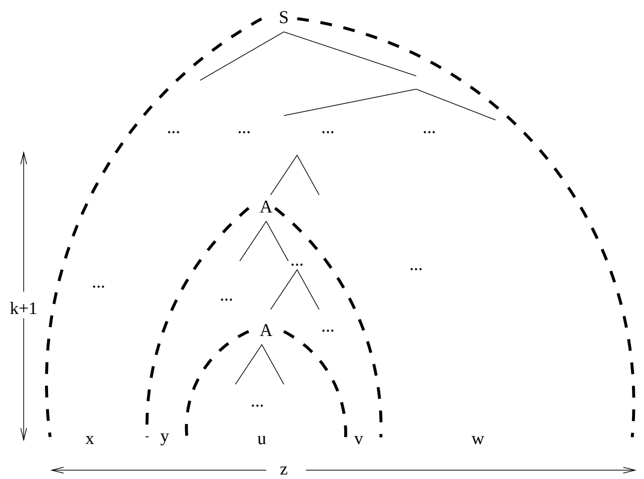
$2^k \leq |z| \leq 2^{p-1}$

$k \leq p - 1$

$k + 1$ auxiliares

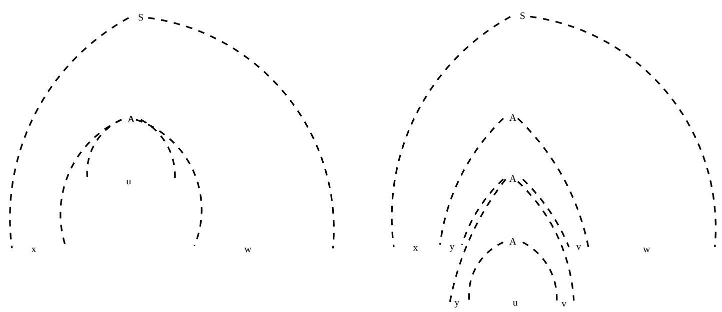


Slide 27



$A \Rightarrow^* u$; $A \Rightarrow^* yAv$; $S \Rightarrow^* xAw$

Slide 28



xuw $xyyuvvw$

$S \Rightarrow^* xAw \Rightarrow^* xuv$

$S \Rightarrow^* xAw \Rightarrow^* xyAvw \Rightarrow^* xyyAvvw \Rightarrow^* xyyuvvw$

$\ldots$

Slide 29

Recursión por la izquierda

$$A \to A\alpha \qquad A \Rightarrow^{+} A\alpha$$

Caso simple de recursión directa:

$$\begin{array}{l} A \to A\alpha \mid \beta \\ (\alpha, \beta \in \Sigma^{+}, A \text{ no es prefijo de } \beta) \end{array} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} A \to & \beta A' \\ A' \to & \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \right.$$

Caso general de recursión directa:

$$\begin{array}{ll} A \to & A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \ldots A\alpha_p \\ & \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \ldots \mid \beta_q \\ \multicolumn{2}{l}{(\alpha_i, \beta_j \in \Sigma^{+}, A \text{ no es prefijo de } \beta_j)} \end{array} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} A \to & \beta_1 A' \mid \ldots \mid \beta_q A' \\ A' \to & \alpha_1 A' \mid \ldots \mid \alpha_p A' \mid \varepsilon \end{array} \right.$$

Slide 30

Recursión indirecta por la izquierda

Eliminación de la recursión por la izquierda:

Entrada: una gramática sin-ε, reglas inútiles ni reglas simples.
numerar $\Sigma_A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$
para $i := 1$ **a** n
  para $j := 1$ **a** $i - 1$
    sustituir $A_i \to A_j\alpha$ por $A_i \to \beta_k\alpha$
      siendo $A_j \to \beta_k$ las reglas actuales para A_j
  (los consecuentes para A_i comienzan por
    terminales, A_i, o auxiliares posteriores)
  eliminar la recursión directa para A_i
      introduciendo un nuevo auxiliar A_{-i}
  (los consecuentes para A_i comienzan por
    terminales, o auxiliares posteriores)

Slide 31

Forma Normal de Greibach (FNG)

$$A \to a\alpha \quad \alpha \in \Sigma_A^*$$

Toda gramática sin reglas ε es equivalente a una en FNG

Si $\varepsilon \notin L$, L es generable por una gramática en FNG

Entrada: una gramática en FNC
Eliminar la recursión por la izquierda
(los auxiliares están ordenados $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$
(los consecuentes para A_j
comienzan por un terminal o un auxiliar posterior
para $i := n-1$ **a** 1, **descendiendo**
sustituir $A_i \to A_{i+1}\alpha$ por $A_i \to \beta_j\alpha$
siendo $A_{i+1} \to \beta_j$ las reglas actuales para A_{i+1}

Slide 32

Factorización por la izquierda

G está factorizada por la izquierda si no hay prefijos (no triviales) comunes en los consecuentes de las reglas para un mismo auxiliar.

Toda gramática es equivalente a otra factorizada por la izquierda:

Sustituir $A \to \alpha\beta_1 \,|\, \alpha\beta_2 \,|\, \ldots \alpha\beta_p$ por $\begin{array}{l} A \to \alpha A_1 \\ A_1 \to \beta_1 \,|\, \beta_2 \,|\, \ldots \beta_p \end{array}$