Slide 33

AUTÓMATAS CON PILA

$M = (\Sigma_E, Q, \Gamma, q_1, A_1, f, F)$ donde

$$\begin{aligned}
\Sigma_E &: \text{ alfabeto } \textit{de entrada} \\
\Gamma &: \text{ alfabeto } \textit{de la pila} \\
Q &: \text{ conjunto de } \textit{estados, finito} \\
q_1 \in Q &: \text{ estado } \textit{inicial} \\
A_1 \in \Gamma - \Sigma_E &: \text{ símbolo } \textit{inicial} \text{ de la pila} \\
f &: Q \times (\Sigma_E \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to \mathcal{P}(Q \times \Gamma^*) \\
& \text{ función } \textit{parcial} \text{ de transición} \\
F \subseteq Q &: \text{ estados } \textit{finales} \text{ o } \textit{de aceptación}
\end{aligned}$$

estilo Meduna: $f(p, a, A) = \{(q_1, \beta_1), (q_2, \beta_2) \ldots\}$ se representa $Apa \to \beta_1^R q_1 \mid \beta_2^R q_2 \mid \ldots$

Slide 34

configuración: terna de $(Q, \Sigma_E^*, \Gamma^*)$ que especifica el estado en el que se encuentra, la entrada restante por leer, y el contenido actual de la pila (en la forma *cima ... fondo*): (q, x, α)

configuración *estilo Meduna*: cadena de $\Gamma^* Q \Sigma_E^*$ en la que la pila aparece en el orden *fondo ... cima* : $\alpha^R q x$

configuración inicial: (q_1, x, A_1) (M: $A_1 q_1 x$)

movimiento: Si $(q, \beta) \in f(p, a, A)$ (M: $Apa \to \beta^R q$) entonces $(p, ax, A\alpha) \vdash (q, x, \beta\alpha)$ (M: $\alpha^R Apax \vdash \alpha^R \beta^R qx$)

En particular, si $(q, \beta) \in f(p, \varepsilon, A)$ (M: $Ap \to \beta^R q$) entonces $(p, ax, A\alpha) \vdash (q, ax, \beta\alpha)$ (M: $\alpha^R Apax \vdash \alpha^R \beta^R qax$)

Slide 35

aceptar por estado final :

$$\begin{array}{l} (q_1, x, A_1) \vdash^* (q_f, \varepsilon, \xi) \\ \mathrm{M} : A_1 q_1 x \vdash^* \xi^R q_f \end{array} \quad \text{para ciertos } q_f \in F \text{ y } \xi \in \Gamma^*$$

aceptar por vaciado de pila :

$$\begin{array}{l} (q_1, x, A_1) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon) \\ \mathrm{M} : A_1 q_1 x \vdash^* q \end{array} \quad \text{para cierto } q \in Q$$

$$LF(AP) := \{x \in \Sigma_E^* \,/\, \exists (q_f \in F, \xi \in \Gamma^*) : (q_1, x, A_1) \vdash^* (q_f, \varepsilon, \xi)\}$$

$$LV(AP) := \{x \in \Sigma_E^* \,/\, \exists q \in Q : (q_1, x, A_1) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon)\}$$

Slide 36

$$AP_1 = \left(\begin{array}{l} E = \{a, b, c\}, \\ \Gamma = \{A, 0, 1\}, \\ Q = \{p, q\}, \\ A, \\ p, \\ f, \\ F = \emptyset \end{array} \right) \qquad \begin{array}{ll} f(p, a, A) = \{(p, 0A)\} & (Apa \to A0p) \\ f(p, c, A) = \{(q, A)\} & (Apc \to Aq) \\ f(p, a, 0) = \{(p, 00)\} & (0pa \to 00p) \\ f(p, c, 0) = \{(q, 0)\} & (0pc \to 0q) \\ f(p, a, 1) = \{(p, 01)\} & (1pa \to 10p) \\ f(p, c, 1) = \{(q, 1)\} & (1pc \to 1q) \\ f(p, b, A) = \{(p, 1A)\} & (Apb \to A1p) \\ f(q, a, 0) = \{(q, \varepsilon)\} & (0qa \to q) \\ f(p, b, 0) = \{(p, 10)\} & (0pb \to 01p) \\ f(q, b, 1) = \{(q, \varepsilon)\} & (1qb \to q) \\ f(p, b, 1) = \{(p, 11)\} & (1pb \to 11p) \\ f(q, \varepsilon, A) = \{(q, \varepsilon)\} & (Aq \to q) \end{array}$$

Slide 37

$\to p$	a	b	c
A	$p, 0A$	$p, 1A$	q, A
0	$p, 00$	$p, 10$	$q, 0$
1	$p, 01$	$p, 11$	$q, 1$

q	a	b	c	ϵ
A				q, ϵ
0	q, ϵ			
1		q, ϵ		

$$\begin{array}{rcl} (p, abcba, A_1) & \vdash & (p, bcba, 0A) \vdash (p, cba, 10A) \\ & \vdash & (q, ba, 10A) \\ & \vdash & (q, a, 0A) \vdash (q, \varepsilon, A) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon) \ \surd \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (p, abcbb, A_1) & \vdash & (p, bcbb, 0A) \vdash (p, cbb, 10A) \\ & \vdash & (q, bb, 10A) \vdash (q, b, 0A) \ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (p, abcb, A_1) & \vdash & (p, bcb, 0A) \vdash (p, cb, 10A) \\ & \vdash & (q, b, 10A) \vdash (q, \varepsilon, 0A) \ \times \end{array}$$

Slide 38

$$AP_2 = (E = \{a, b\}, \Gamma = \{A, 0, 1\}, Q = \{p, q\}, A, p, f, F = \emptyset)$$

$\to p$	a	b
A	$(p, 0A)$	$(p, 1A)$
0	$(p, 00); (q, \epsilon)$	$(p, 10)$
1	$(p, 01)$	$(p, 11); (q, \epsilon)$

q	a	b	ϵ
A			(q, ϵ)
0	(q, ϵ)		
1		(q, ϵ)	

$$\begin{array}{rcl} (p, abba, A) & \vdash & (p, bba, 0A) \vdash (p, ba, 10A) \vdash \text{¿1 ó 2?} \\ (1) & \vdash & (p, a, 110A) \vdash (p, \varepsilon, 0110A) \ \times \\ (2) & \vdash & (q, a, 0A) \vdash (q, \varepsilon, A) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon) \ \surd \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (p, abba\underline{abba}, A) & \vdash & (p, bba\underline{abba}, 0A) \vdash (p, ba\underline{abba}, 10A) \vdash \text{¿1 ó 2?} \\ (1) & \vdash & (p, a\underline{abba}, 110A) \vdash (p, \underline{abba}, 0110A) \vdash \ldots \surd \\ (2) & \vdash & (q, a\underline{abba}, 0A) \vdash (q, \underline{abba}, A) \ \times \end{array}$$

Slide 39

$$AP_3 = (E = \{a, b\}, \Gamma = \{A\}, Q = \{p, q\}, A, p, f, F = \{q\})$$

$\rightarrow p$	a	b
A		(q, A)

(q)	a	b
A	(q, A)	

$$(p, baaa, A) \quad \vdash \quad (q, aaa, A) \vdash (q, aa, A) \vdash (q, a, A) \vdash (q, \varepsilon, A) \ \surd$$

Slide 40

$$AP_4 = (E = \{a, b\}, \Gamma = \{A, a, b\}, Q = \{p, q\}, A, p, f, F = \{q\})$$

p	a	b	ϵ
A	(p, aA)	(p, bA)	(q, A)
a	(p, aa)	(p, ϵ)	
b	(p, ϵ)	(p, bb)	

q	a	b	ϵ
A			
a			
b			

Slide 41

Observaciones:

- Si $(p, x, A) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon)$ entonces,

  $\forall y \in \Sigma_E^*,\ \forall \alpha \in \Gamma^* \quad (p, xy, A\alpha) \vdash^* (q, y, \alpha)$
- $(p, xy, A) \vdash^* (q, y, \varepsilon)$ si y sólo si $(p, x, A) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon)$
- Un AP no se mueve si la pila está vacía.

Autómata con pila Determinista

$$\forall (q \in Q, A \in \Gamma a \in \Sigma_E) \qquad f(q, \varepsilon, A) \neq \emptyset \Rightarrow f(q, a, A) = \emptyset$$

$$\forall (q \in Q, A \in \Gamma, a \in \Sigma_E \cup \{\varepsilon\}) \quad \# f(q, a, A) \leq 1$$

Slide 42

Intencionadamente en blanco