Slide 49

LENGUAJES i.c. VS AUTÓMATAS CON PILA

$$\mathcal{L}_{ic} \subseteq \mathcal{LV}(AP)$$

$G = (\Sigma_E, \Sigma_A, S, P)$ en FNG

$$AP := (\Sigma_E, \Gamma = \Sigma_A \cup \Sigma_T, \{q\}, S, q, f, \emptyset)$$

$$f(q, a, A) := \{(q, \alpha) \,/\, A \to a\alpha \in P\}$$

Entonces

$$LV(AP) = L(G)$$

Demostración:

$$\alpha \in \Sigma_A^* : \qquad S \underset{mi}{\Rightarrow}{}^* x\alpha \quad \text{si y sólo si} \quad (q, x, S) \vdash^* (q, \varepsilon, \alpha)$$

Slide 50

$$G : \begin{cases} S \to & aSB \,|\, aB \\ B \to & b \end{cases}$$

q	a	b
S	$(q, SB), (q, B)$	
B		(q, ε)

$$\begin{array}{ccccc} (q, aabb, S) & \vdash (q, abb, SB) & \vdash (q, bb, BB) & \vdash (q, b, B) & \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon) \\ S & \underset{mi}{\Rightarrow} aSB & \underset{mi}{\Rightarrow} aaBB & \underset{mi}{\Rightarrow} aabB & \underset{mi}{\Rightarrow} aabb \end{array}$$

Slide 51

Otro método:

1. $f(q, \varepsilon, A) := \{(q, \alpha) \,/\, A \to \alpha \in P\} \qquad \forall A \in \Sigma_A$
2. $f(q, a, a) := \{(q, \varepsilon)\} \qquad \forall a \in \Sigma_T$

$G : S \to aSb \,|\, \varepsilon$

q	a	b	ε
a	(q, ε)		
b		(q, ε)	
S			$(q, aSb), (q, \varepsilon)$

$(q, aabb, S)$	$\vdash (q, aabb, aSb)$	$\vdash (q, abb, Sb)$	$\vdash (q, abb, aSbb)$
S	$\underset{mi}{\Rightarrow} .aSb$	$= a.Sb$	$\underset{mi}{\Rightarrow} a.aSbb$
$\vdash (q, bb, Sbb)$	$\vdash (q, bb, bb)$	$\vdash (q, b, b)$	$\vdash (q, \varepsilon, \varepsilon)$
$= aa.Sbb$	$\underset{mi}{\Rightarrow} aa.bb$	$= aab.b$	$= aabb$

Slide 52

Lenguajes i.c. vs Autómatas con pila

$$\mathcal{L}_{ic} \supseteq \mathcal{LV}(AP)$$

$AP = (\Sigma_E, \Gamma, Q, Z_0, q_0, f, \emptyset) \qquad G := (\Sigma_E, \Sigma_A, S, P)$

$\Sigma_A := \{[\,qAp\,] \,/\, q, p \in Q, A \in \Gamma\} \cup \{S\}$

1. $S \to [\,q_0 Z_0 q\,] \qquad \forall q \in Q$
2. $[\,qAq_{m+1}\,] \to a[\,q_1X_1q_2\,][\,q_2X_2q_3\,] \ldots [\,q_mX_mq_{m+1}\,]$
   $\forall (q_1, X_1X_2 \ldots X_m) \in f(q, a, A)$ con $a \in \Sigma_E \cup \{\varepsilon\}$
   $\forall q_2, q_3, \ldots, q_{m+1} \in Q$
3. $[\,qAq_1\,] \to a \quad \forall (q_1, \varepsilon) \in f(q, a, A)$ con $a \in \Sigma_E \cup \{\varepsilon\}$,

Entonces

$$L(G) = LV(AP)$$

Demostración:

$$[qAp] \Rightarrow^* x \quad \text{si y sólo si} \quad (q, x, A) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)$$

Slide 53

$$f(q,a,A) = \{(q_1, X_1X_2X_3\dots X_m), \dots\}$$

$$[qA\nabla] \to a[q_1X_1\odot][\odot X_2\oplus][\oplus X_2\ominus]\dots[\otimes X_n\nabla]$$

$f(p,a,A) = \{(q,0A)\}$ con $Q = \{p,q,r\}$

$$[pA\nabla] \to a[q0\odot][\odot A\nabla] : \begin{cases} [pAp] & \to & a[q0p][pAp] \\ [pAp] & \to & a[q0q][qAp] \\ [pAp] & \to & a[q0r][rAp] \\ [pAq] & \to & a[q0p][pAq] \\ [pAq] & \to & a[q0q][qAq] \\ [pAq] & \to & a[q0r][rAq] \\ [pAr] & \to & a[q0p][pAr] \\ [pAr] & \to & a[q0q][qAr] \\ [pAr] & \to & a[q0r][qAr] \end{cases}$$

AP_1:

1.		$S \to$	$[pAp] \mid [pAq]$
2.	$f(p,a,A) = (p,0A)$	$[pAp] \to$	$a[p0p][pAp] \mid a[p0q][qAp]$
		$[pAq] \to$	$a[p0p][pAq] \mid a[p0q][qAq]$
	$f(p,a,0) = (p,00)$	$[p0p] \to$	$a[p0p][p0p] \mid a[p0q][q0p]$
		$[p0q] \to$	$a[p0p][p0q] \mid a[p0q][q0q]$
	$f(p,a,1) = (p,01)$	$[p1p] \to$	$a[p0p][p1p] \mid a[p0q][q1p]$
		$[p1q] \to$	$a[p0p][p1q] \mid a[p0q][q1q]$
	$f(p,b,A) = (p,1A)$	$[pAp] \to$	$b[p1p][pAp] \mid b[p1q][qAp]$
		$[pAq] \to$	$b[p1p][pAq] \mid b[p1q][qAq]$
	$f(p,b,0) = (p,10)$	$[p0p] \to$	$b[p1p][p0p] \mid b[p1q][q0p]$
		$[p0q] \to$	$b[p1p][p0q] \mid b[p1q][q0q]$
	$f(p,b,1) = (p,11)$	$[p1p] \to$	$b[p1p][p1p] \mid b[p1q][q1p]$
		$[p1q] \to$	$b[p1p][p1q] \mid b[p1q][q1q]$
	$f(p,c,A) = (q,A)$	$[pAp] \to$	$c[qAp]$
		$[pAq] \to$	$c[qAq]$
	$f(p,c,0) = (q,0)$	$[p0p] \to$	$c[q0p]$
		$[p0q] \to$	$c[q0q]$
	$f(p,c,1) = (q,1)$	$[p1p] \to$	$c[q1p]$
		$[p1q] \to$	$c[q1q]$
3.	$f(q,a,0) = (q,\varepsilon)$	$[q0q] \to$	a
	$f(q,b,1) = (q,\varepsilon)$	$[q1q] \to$	b
	$f(q,\varepsilon,A) = (q,\varepsilon)$	$[qAq] \to$	ε

Slide 54

Intersección i.c - regular

$R = (\Sigma_E, Q_R, q_1, f_R, F_R) \quad \longrightarrow \quad L(R)$

$AP = (\Sigma_E, \Sigma_A, Q_{AP}, S, p_1, f_{AP}, F_{AP}) \quad \longrightarrow \quad LF(AP)$

$$AP_\cap := (\Sigma_E, \Sigma_A, Q_R \times Q_{AP}, S, [q_1, p_1], f_\cap, F_R \times F_{AP})$$

Si $\quad f(q,a) = q' \quad$ y $\quad f(p,a,A) = \{(p'_1, \alpha_1), \ldots\}$

se define

$$f_\cap([q,p],a,A) := \{([q', p'_1], \alpha_1), \ldots\}$$

Entonces

$$LF(AP_\cap) = L(R) \cap LF(AP)$$

La intersección de un lenguaje regular y un independiente de contexto es independiente de contexto

Slide 55

Propiedades de los lenguajes ic

$L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$, independientes de contexto. L_R regular:

- Todo lenguage regular es independiente de contexto
- $L_1 \cup L_2$, $L_1 L_2$ y L_1^* son independientes de contexto
- $\overline{L_1}$ no es necesariamente independiente de contexto
- $L_1 \cap L_2$ no es necesariamente independiente de contexto
- $L_1 \cap L_R$ es independiente de contexto
- La unión finita de independientes de contexto es i.c.
- La concatenación finita de independientes de contexto es i.c.
- No todos los lenguajes independientes de contexto admiten un AP determinista que lo caracterice.

Slide 56

$$G = (\Sigma_T, \Sigma_A, S, P) \qquad G' = (\Sigma_T, \Sigma'_A, S', P')$$

$$\Sigma_A \cap \Sigma'_A = \emptyset$$

$$G_\cup := (\Sigma_E,\quad \Sigma_A \cup \Sigma'_A \cup \{S_\cup\},\quad S_\cup,\quad P \cup P' \cup \{S_\cup \to S,\ S_\cup \to S'\})$$

$$G_\bullet := (\Sigma_E,\quad \Sigma_A \cup \Sigma'_A \cup \{S_\bullet\},\quad S_\bullet,\quad P \cup P' \cup \{S_\bullet \to SS'\})$$

$$G_* := (\Sigma_E,\quad \Sigma_A \cup \{S_*\},\quad S_*,\quad P \cup \{S_* \to SS_*,\ S_* \to \varepsilon\})$$

$$L = \{a^n b^n c^m \ / \ n, m \geq 0\} \qquad L' = \{a^n b^m c^m \ / \ n, m \geq 0\} \qquad \text{i.c.}$$

$$L \cap L' = \{a^n b^n c^n \ / \ n \geq 0\} \text{ no es i.c}$$

$$\{a^n b^n \ / \ n \geq 0 \wedge n \neq 100\} \text{ es i.c}$$

$$\{w \in (a|b|c)^* \ / \ |w|_a = |w|_b = |w|_c\} \text{ no es i.c}$$

Slide 57

Algoritmos de decisión (nivel independiente de contexto)

G gramática independiente de contexto; L_1, L_2 lenguajes independientes de contexto :

- ¿Es L_1 vacío?
- Dada $w \in \Sigma_E^*$, ¿$w \in L_1$?
- ¿Es L_1 finito?
- ¿Es $L_1 = \Sigma_E^*$? Indecidible
- ¿Es $L_1 = L_2$? Indecidible
- ¿Es $L_1 \cap L_2$ vacía? Indecidible
- ¿Es G ambigua? Indecidible
- ¿Es L_1 inherentemente ambiguo? Indecidible
- ...