Dpto. de Informática (ATC, CCIA y LSI). Universidad de Valladolid.

TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES I
Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas. Curso 2011-12.

AUTÓMATAS FINITOS y LENGUAJES REGULARES

1. Sean A y B dos lenguajes definidos sobre el mismo alfabeto Σ. Considérese las partes de cada uno de ellos, P(A) y P(B) respectivamente, como el conjunto de todos sus subconjuntos. ¿Son ciertos, entonces, estos resultados?

   a) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

   b) $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ (julio 2005)

2. Sean L_1, L_2 *y* L_3 tres lenguajes formales, a partir de los cuales se forma *L'* y *L"* como:

   $$L' = L_1(L_2 \cap L_3)$$
   $$L'' = L_1L_2 \cap L_1L_3$$

   Compruébese si son iguales. Si la respuesta es negativa, estúdiese la inclusión en ambos sentidos, esto es: ¿$L' \subseteq L''$? ¿$L'' \subseteq L'$? (julio 2007)

3. Encontrar el autómata finito determinista mínimo que reconozca el siguiente lenguaje: $L(R) = a * b/a * b\, a * b$ (febrero 1996)

4. Demostrar las siguientes igualdades entre expresiones regulares:

   $$(\alpha\, \beta) * \alpha = \alpha\, (\beta\, \alpha) *$$
   $$(\alpha * \beta) * \alpha * = (\alpha/\beta) *$$
   (febrero 1996)

5. Dado un lenguaje L regular definido sobe un alfabeto Σ, demostrar que su complementario es regular. Obtener, a partir del RFD que acepta a L, el que reconoce a su complementario. (junio 1996)

6. Obtener el reconocedor finito no determinista (RFN) que acepte el lenguaje formado por aquellas cadenas de ceros y unos, tales que el tercer símbolo por la derecha sea un cero. Igualmente, calcular el reconocedor finito determinista (RFD) mínimo asociado a dicho lenguaje. (junio 1996)

7. Demostrar que si L_1 y L_2 son lenguajes regulares definidos sobre un mismo alfabeto, entonces $L = L_1 \cap L_2$ también lo es. Apoyándose en este resultado probar que dado un cierto lenguaje L sobre un alfabeto Σ, si L es regular, entonces las cadenas de L con longitud par forman un lenguaje regular. (septiembre 1996)

8. Obtener el reconocedor finito determinista (RFD) mínimo para el lenguaje $L(R) = c^*(a / bc^*)^*$. (septiembre 1996)

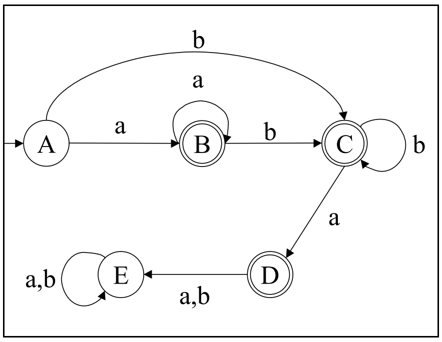
9. Encontrar tres lenguajes A, B y C que cumplan: $A(B\text{-}C)\neq AB\text{-}AC$. Justificar la respuesta. (enero1997)

10. Obtener la expresión regular de los lenguajes definidos por los siguientes conjuntos:

$$(a\,|\,b^{*})\cap(a\,|\,b)^{*}$$
$$a(a\,|\,b)^{*}\cap(a\,|\,b)^{*}b$$
$$(a\,|\,b)b(a\,|\,b)^{*}\cap b(a\,|\,b)^{*}$$
$$(a\,|\,b)(a\,|\,\phi)\cap(a\,|\,b)(a\,|\,b)^{*}$$

(septiembre 1997)

11. Encontrar la expresión más compacta que defina al lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito determinista.



(septiembre 1997)

12. Demostrar que las cadenas de dígitos que representan en decimal a los naturales divisibles por dos, incluido el cero, forman un lenguaje regular. (febrero 1998)

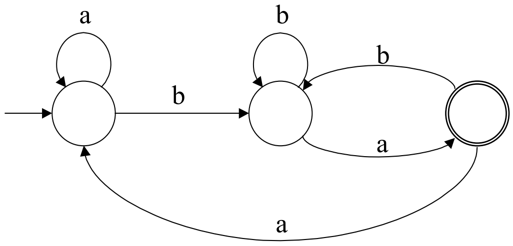
13. Probar si las siguientes expresiones regulares son equivalentes o no.

$$a(ba)^{*}\,/\,c(a^{*}\,/\,b)^{*}$$
$$c(a^{*}b)^{*}\,a^{*}\,/(ab)^{*}\,a$$

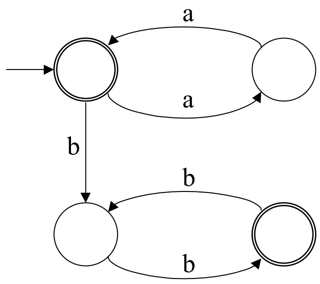
(junio 1998)

14. En la siguiente figura se representan dos autómatas finitos A1 y A2, que aceptarán sendos lenguajes L1 y L2. Hallar:

A1:



A2:



a) Los lenguajes L1 y L2

b) El reconocedor finito determinista mínimo que reconozca la unión de los lenguajes L1 y L2. (Septiembre 1998)

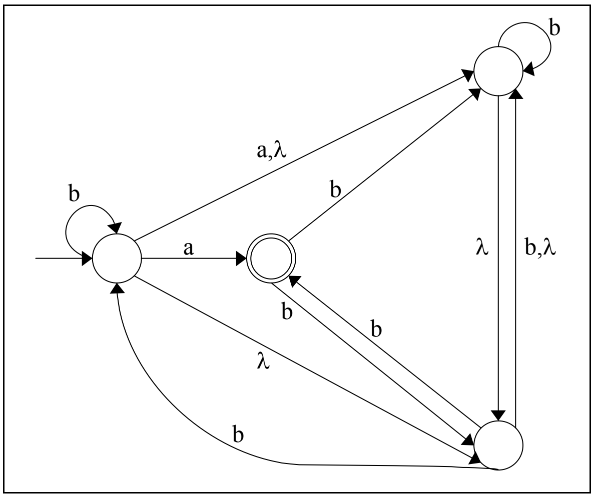
15. Demostrar que si L es un lenguaje regular, entonces L'={w∈L / w^I∈L} es un lenguaje regular también. (enero 1999)

16. Sea L un lenguaje regular definido sobre un alfabeto Σ, a partir del cual se construye L' como:

$$L' = \{x_1 x_2 \in L / \exists w_1, w_2 \in \Sigma^* \quad x_2 w_1, w_2 x_1 \in L\}$$

Demostrar que este lenguaje L' es regular. (febrero 1999)

17. Obtener la expresión regular más simple posible del lenguaje complementario del que reconoce el siguiente RFN:



(junio 1999)

18. Sea $L_1 = a^+ b^+$. Construir un reconocedor finito determinista mínimo para este lenguaje. (septiembre 1999)

19. Si *x* es una palabra cualquiera, se denota por *ss(x)* al conjunto de cadenas obtenido mediante la eliminación de un número arbitrario, incluido el cero, de símbolos de dicha palabra *x*. Asimismo, si *L* es un lenguaje, $ss(L) = \{ss(x)/x \in L\}$, calcular:

$$ss\left(\{x \in a^+ b^+ / |x| \le 3\}\right)$$
$$ss\left(a^+ b^+\right)$$

20. Demostrar que si *L* es un lenguaje regular, entonces *ss(L)* es un lenguaje regular.

21. Demostrar que si *ss(L)* es regular, en general, *L* no necesariamente es regular.

22. Hallar $ss\left(a(a/ba)^* b\right)$ (septiembre 1999)

23. Demostrar que si un lenguaje regular contiene cadenas de la forma $a^n b^n$, donde *n* es un número arbitrariamente grande, entonces deben pertenecer a dicho lenguaje cadenas de la forma $\{a^m b^n / m > n\}$. Para no dar lugar a equívocos, conviene aclarar que la expresión anterior no es "para todo *m*", sino "para algúnos *m*". (enero 2000)

24. Dado un lenguaje regular L construido sobre un alfabeto Σ, demostrar que los siguientes lenguajes obtenidos a partir del citado L son regulares:

$$C(L) = \{x \in \Sigma^* \;/\; yxz \in L \quad y, z \in \Sigma^*\}$$
$$F(L) = \{z \in \Sigma^* \;/\; z = xy \quad (x \in L) \wedge (y \in \Sigma^+)\}$$
$$M(L) = \{z \in \Sigma^* \;/\; z = yx \quad (x \in L) \wedge (y \in \Sigma^+)\}$$

(febrero 2000)

25. Obtener la expresión regular más simple que represente al complementario del conjunto de cadenas dado por $(ab/b)^* a$. (febrero 2000)

26. Sea el RFN definido por:

$$\Sigma = \{a, b\} \qquad Q = \{q_1, q_2\} \qquad F = \{q_1\}$$
$$f(q_1, a) = \{q_1, q_2\} = f(q_2, b) \qquad f(q_1, b) = \{q_2\} \qquad f(q_2, a) = \phi$$

Obtener:

a) La expresión regular más simple que se deriva de analizar el RFN.

b) El RFD mínimo.

c) La expresión regular más simple obtenida del análisis del RFD mínimo. (septiembre 2000)

27. Sea un reconocedor finito determinista con n estados, un solo estado final y capaz de reconocer, al menos, una cadena de longitud estrictamente menor que n-1; ¿se podría concluir, entonces, que el lenguaje aceptado por este autómata es infinito? Justifíquese la respuesta. (enero 2001)

28. Para cada una de las siguientes relaciones, dar un ejemplo, si es posible, de lenguajes construidos sobre el alfabeto Σ = {a, b} que la cumplan.

i) L ≠ L+ ≠ L*

ii) L = L+ ≠ L*

iii) L ≠ L+ = L*

iv) L = L+ = L*

En el supuesto caso de que no sea factible poner un ejemplo, justifíquese este hecho. (enero 2001)

29. Demuéstrese que existe un algoritmo (nº finito de pasos) para saber si dos RFD son equivalentes o no. Para no inducir a errores, conviene aclarar, que no está demostrado que para un lenguaje regular, el RFD mínimo sea único. (febrero 2001)

30. Dado un RFD y dos estados cualesquiera de él q_1 y q_2, se define el lenguaje que distingue a q_1 y q_2, denotado por $L(q_1, q_2)$, como el formado por las cadenas, que

partiendo de q_1, llegan a un estado final, pero no sucede lo mismo, si lo hacen desde q_2 y viceversa. Caracterícese L(q_1, q_2) dentro de la Jerarquía de Lenguajes de Chomsky. Expóngase un método sistemático para obtener L(q_1, q_2) para un RFD arbitrario. Obténgase el lenguaje L(q_1, q_3) en el siguiente RFD:

(septiembre 2001)

	a	b
$\rightarrow q_1$	q_2	q_3
q_2	q_3	q_3
q_3	q_2	q_2

31. Sea Σ un alfabeto con el que se forman sendos lenguajes A y E. A partir de ellos se formula la siguiente ecuación $X = E \cup AX$, la cual admite como solución $X = A^* E$. Pruébese que cualquier solución Y debe contener a $A^* E$.

(septiembre 2001)

32. Probar que el lenguaje $L = \{x \in (a/b)^* / |x|_a < |x|_b\}$ no es regular. (febrero 2002)

33. Demostrar que el lenguaje formado por cadenas de dígitos hexadecimales, que representan potencias exactas de dos, es regular. (febrero 2002)

34. Obténgase un autómata finito determinista mínimo para reconocer a todas aquellas palabras, compuestas por las letras *{a,b,c}*, que contengan a la subcadena *aaa.* (septiembre 2002)

35. Compruébese la veracidad de las siguientes igualdades entre expresiones regulares:

    a) $(\alpha\beta \mid \alpha)^* \alpha = \alpha(\beta\alpha \mid \alpha)^*$

    b) $\beta(\alpha\beta \mid \beta) * \alpha = \alpha\alpha^* \beta(\alpha\alpha^* \beta)^*$

    c) $(\alpha \mid \beta)^* = \alpha^* \mid \beta^*$ (septiembre 2002)

36. Dado el lenguaje $L = \{a^n b^m / n \neq m; n, m \in \mathrm{N}\}$ demostrar:

    a) L no es regular.

    b) Verifica el bombeo del lema (no el lema completo). (febrero 97)

37. Probar que para un autómata finito determinista *M* con *k* estados.

    a) $L(M) \neq \phi$ si y sólo si *M* acepta una cadena de longitud menor que *k*.

    b) $L(M)$ es infinito si y solo si *M* acepta una cadena de longitud *n*, donde $k \leq n \leq 2k$. (febrero 98)

38. Sea M un reconocedor finito determinista de k estados.

a) Demostrar que si M acepta una cadena de longitud n, con n ≥ k, entonces L(M) es infinito.

b) Supóngase que el lenguaje L es finito y se sabe que a^{2045} pertenece a L. ¿Qué se puede decir acerca del número de estados de cualquier reconocedor finito determinista para L? (septiembre 98)

39. Dado $L_p = \{x \in (a\,|\,b\,|\,c)^* \,/\, x = x^I \wedge |x|_c = 1\}$, demostrar que no es regular. A continuación tómese el siguiente lenguaje $L_N = \{x \in (a\,|\,b\,|\,c)^* \,/\, x \neq x^I \wedge |x|_c = 1\}$, probar que no es regular, pero verifica el lema de bombeo de los lenguajes regulares. (septiembre 2000)

40. Dado el autómata finito no determinista:

	a	b
→ q_1	q_2 , q_4	q_3 , q_4
q_2		q_3 , q_4
q_3	q_2 , q_4	
$\textcircled{q_4}$		

Hállese:

a) El reconocedor finito determinista mínimo.

b) El lenguaje generado, pero no su expresión regular, sino la característica diferenciadora de sus cadenas.

c) La expresión regular de su lenguaje complementario. (Enero 2003)

41. Demuéstrese $L = \{a^n a^{2m} b^m b^n \,/\, m, n \geq 0\}$ no es regular. (Enero 2003)

42. Un palíndromo es una cadena que se lee igual de izquierda a derecha, que de derecha a izquierda. Para un alfabeto arbitrario, pruébese que no es un lenguaje regular. (Febrero 2003)

43. Considérese el siguiente reconocedor finito determinista:

$$A =< Q, \Sigma, q_0, f, \{q_f\} > / \; f(q_0, a) = f(q_f, a) \; \forall a \in \Sigma$$

Demuéstrese que el cierre positivo de cualquier cadena no vacía aceptada por dicha máquina constituye un subconjunto del lenguaje generado por el autómata. (Febrero 2003)

44. Dado el alfabeto Σ={a,b,c}, con el cual se forman los siguientes lenguajes, indíquese justificadamente cuáles son regulares:

a) Palabras que contienen exactamente tres "aes".

b) Palabras con el número de "aes" igual al de "bes" menos uno.

c) Palabras con dos "bes" como máximo.

d) Palabras con una cantidad de "aes" igual al producto del número de "bes" por el de "ces".

e) Palabras con una "c" como mínimo. (Julio 2003)

45. Demuéstrese si son ciertas o no las siguientes igualdades entre expresiones regulares:

a) $(rs \mid r)^* r = r(sr \mid r)^*$

b) $(x \mid y)^* = (x^* \mid y)^*$

c) $(a^* b)^* = \lambda \mid (a \mid b)^* b$

d) $a \mid (a \mid bc)^* = (a \mid bc)^*$ (Julio 2003)

46. Obténgase justificadamente la expresión regular de los siguientes lenguajes definidos con del alfabeto Σ={a, b, c}:

i) Palabras con un número impar de a´s.

ii) Cadenas con un número par de a´s o impar de b´s (o ambas).

iii) Palabras de Σ, que de aparecer una b, ésta debe ir antecedida por una a y seguida de una c. (Febrero 2004)

47. Demuéstrese que el siguiente lenguaje L´ construido a partir de otro regular L, es también regular.

$L' = \{a_2 a_1 a_4 a_3 \ldots a_{2n} a_{2n-1} / a_1 a_2 a_3 \ldots a_{2n} \in L\}$ (Febrero 2004)

48. Sean $L_1 = \{a^n b^{n+1} / n \geq 1\}$ y $L_2 = \{w \in (a \mid b)^* / |w|_a = |w|_b\}$. ¿Es $L_1 = L_1^*$?. ¿Es $L_2 = L_2^*$? (Julio 2004)

49. ¿Para todo lenguaje formal L se verifica que $L^* L^* = L^*$? (Julio 2004)

50. Demuéstrese o refútese la siguiente afirmación:

"Todo subconjunto de un lenguaje regular es un lenguaje regular también"

(Julio 2004)

51. Constrúyase el AFD mínimo para el lenguaje $L = \{w \in (a \mid b)^* / toda\ "a"\ está\ entre\ dos\ "bes"\}$ (Enero 2005)

52. Estúdiese la pertenencia a los lenguajes regulares del siguiente conjunto:
$L = \left\{a^i b a^j / (i \neq j) \wedge (i, j \geq 1)\right\}$ (Enero 2005)

53. Sean A y B dos lenguajes formales y la operación, denotada por el superíndice "I", que da como resultado su inverso o reflejado. Verifíquese si se cumplen estas igualdades:

a) $(A \cup B)^I = A^I \cup B^I$

b) $(A \cap B)^I = A^I \cap B^I$

c) $(\overline{A})^I = \overline{A^I}$

d) $(A^+)^I = (A^I)^+$

e) $(A^*)^I = (A^I)^*$ (Febrero 2005)

54. Simplifíquense, si es posible, las expresiones regulares que vienen a continuación:

i) $\phi \mid a^* \mid b^* \mid (a \mid b)^*$

ii) $(a^* b^*)^* (b^* a^*)^*$

iii) $(a^* b)^* \mid (b^* a)^*$

iv) $(a \mid b)^* a (a \mid b)^*$ (Febrero 2005)

55. Constrúyase el AFD mínimo para el complementario del lenguaje:

$L = \left\{w \in (a \mid b)^* / |w|_a = 2m + 1 \wedge |w|_b = 2n; \quad m, n \in \mathrm{N}\right\}$ (Febrero 2005)

56. Obténgase la expresión regular y el reconocedor finito determinista más simples asociados al lenguaje formado por los números naturales expresados en base 4, cuya última cifra no ha aparecido anteriormente. Tenga presente que el lenguaje no admite cadenas con ceros innecesarios a la izquierda. (Enero 2006)

57. Demuéstrese que el lenguaje formado por tiras de letras "a", cuya longitud es un número primo, no es un lenguaje regular. (Enero 2006)

58. Calcúlese el autómata finito determinista mínimo, que reconozca el mismo lenguaje que el siguiente autómata finito no determinista:

Q\Σ	0	1
→ p	{p, q}	{p}
q	{r, s}	{t}
r	{p, r}	{t}
ⓢ	Ø	Ø
ⓣ	Ø	Ø

(Febrero 2006)

59. Se define la operación (*alt*) sobre dos cadenas de idéntica longitud (*x, y*) como:

$$alt(x,y) = \{a_1b_1a_2b_2 \ldots a_nb_n \,/\, x = a_1a_2 \ldots a_n \quad y = b_1b_2 \ldots b_n\}$$

Esto se puede extender a lenguajes, de tal manera que: $alt(L_1, L_2) = \{alt(x,y) \,/\, x \in L_1 \quad y \in L_2\}$. Demuéstrese que si se parte de lenguajes regulares, el resultado de esta operación es otro lenguaje regular. (Febrero 2006)

60. A partir del método expuesto para llevar a cabo el análisis de un autómata finito determinista (AFD), calcúlese la expresión regular más simple de α_{ij}^{j} en función de otras de idéntica naturaleza pero de un grado menor (α_{hk}^{j-1}), es decir, con el superíndice igual a j-1. (Julio 2006)

61. Sea L un lenguaje y "a" uno de los caracteres del alfabeto con el que se forma L. Se define el lenguaje cociente de L entre el carácter "a", que se denota por, a: L/a $= \{w \,/\, wa \in L\}$. Demuéstrese que este lenguaje así obtenido es regular, si el de partida (L) lo es. Análogamente, lléguese a la misma conclusión, si la extracción del carácter "a" se hiciera por el extremo izquierdo, lo que se denota por: a\L $= \{w \,/\, aw \in L\}$. (Julio 2006)

62. Obténgase la expresión regular y el reconocedor finito determinista más simples asociados al lenguaje formado por los números en binario natural que continene al menos un uno y que de haber varios, estarán separados una cantidad par de dígitos. Esto incluye a la distancia cero, es decir, puede haber dos unos seguidos. Téngase presente que el lenguaje no admite cadenas con ceros innecesarios a la izquierda. Si se ampliase la base del sistema de numeración a otra con más caracteres, ¿podría extenderse la expresión regular y el RFD anteriores a este nuevo alfabeto? (Enero 2007)

63. Considérese un AFN sin transiciones lambda y con un estado final solamente, al cual se le añade, precisamente, los siguientes arcos lambda:

    a) Del estado final al inicial.

    b) Del inicial a cualquier estado alcanzable desde él.

c) De cualquier estado que pudiera llegar al final, hasta el propio final.

d) Del inicial al final.

Describir el lenguaje asociado al RFN que surgiría de aplicar cada caso por separado en función del lenguaje del autómata original. (Enero 2007)

64. Obténgase la expresión regular y el reconocedor finito determinista más simples asociados al lenguaje formado por bits, cuya lectura de derecha a izquierda da como resultado un número en binario natural múltiplo de cuatro. Téngase en cuenta que, a diferencia con otros ejercicios, no hay restricción con respecto a los ceros que no contribuyan al valor numérico de la cadena. Asimismo, no pierda de vista, que la lectura de la entrada sigue siendo de izquierda a derecha. (Febrero 2007)

65. Considérese una transformación *h* de cada carácter de un alfabeto Σ en una tira concreta de símbolos de otro alfabeto Π. Esto podría contemplarse como una aplicación: $h:\Sigma \rightarrow \Pi^*$. Si se aplicase esta operación a una palabra, se tendría otra aplicación:

$$w = a_1 a_2 \ldots a_n \rightarrow h(w) = h(a_1)h(a_2)\ldots h(a_n)$$

Si se extendiese a lenguajes, el resultado sería: $h(L) = \{h(a_1)h(a_2)\ldots h(a_n) / a_1 a_2 \ldots a_n \in L\}$. Demuéstrese, entonces, que si L es regular, el resultado de esta operación es regular. (Febrero 2007)

66. Verifíquese el cumplimiento, o no, de la siguiente afirmación.

“Dado un lenguaje regular *L*, que se puede poner como $L = L_1 \cap L_2$, entonces L_1 y L_2 son regulares también.” (Julio 2007)

67. Obténgase un AFD mínimo para el lenguaje formado por a’s y b’s, tal que sus cadenas cumplan con la condición de que toda b debe estar precedida y seguida por al menos una “a”. (Julio 2007)

68. Estúdiese la relación de inclusión e igualdad entre los conjuntos representados por las siguientes expresiones regulares:

a) $(\alpha^* \mid \beta^*)^*$

b) $(\alpha^* \beta^*)^*$

c) $(\alpha \mid \beta)^*$ (Enero 2008)

69. Un homomorfismo *h* aplicado a un alfabeto Σ consiste en transformar a cada uno de sus caracteres en una cadena, en general, compuesta por símbolos de otro alfabeto Π, que ocasionalmente podría coincidir con Σ. Si se aplicase esta operación a una palabra, se tendría que:

$h(a_1 a_2 \ldots a_n) = h(a_1)h(a_2)\ldots h(a_n) \in \Pi^*$; donde $a_1, a_2, \ldots a_n \in \Sigma$

Extendido a lenguajes sería: $h(L) = \{h(w) / w \in L\} \subseteq \Pi^*$

La operación contraria sería llevar a cabo el homomorfismo inverso, esto es:

$h^{-1}(L) = \{w \in \Sigma^* / h(w) \in L\}$; donde $L \subseteq \Pi^*$

Calcúlese, entonces, el homomorfismo inverso del lenguaje $L \equiv (00\,|\,1)^*$, sabiendo que proviene de aplicar la transformación $h(a) = 01$ y $h(b) = 10$. El resultado es un lenguaje regular todavía más sencillo que el de partida, pero, recuérdese, que no basta con dar este dato, si no que hay demostrarlo. (Enero 2008)

70. Constrúyase el AFD mínimo que reconozca al lenguaje formado a partir del alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, que agrupa sólo a las palabras que empiezan y terminan por *a*, pero que nunca tienen dos *bes* seguidas. Asimismo, obténganse dos expresiones regulares de este lenguaje, lo más simples posibles, una en la que aparezca el operador unión, y, otra, en la que no. (Febrero 2008)

71. Se define el operador P sobre un lenguaje L, y se denota por P(L), como aquel que da como resultado el siguiente conjunto de palabras:

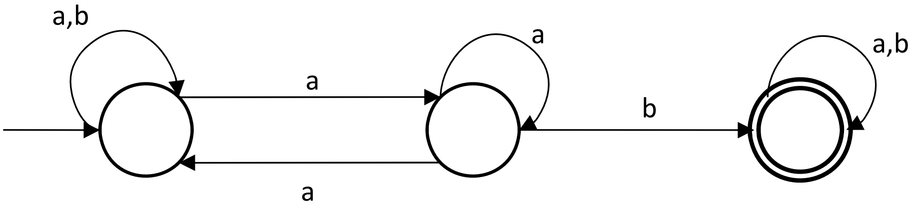
    $P(L) = \{xy / (y = 0 \Leftrightarrow x \notin L); (y = 1 \Leftrightarrow x \in L)\}$. Verifíquese si esta operación es cerrada dentro la categoría de lenguajes regulares. En caso afirmativo, constrúyase un RFN que reconozca a P(L) a partir de un L regular. (Febrero 2008)

72. Sea la clase de lenguajes formales:

    $\mathcal{L} = \{L \subseteq \Sigma^*/(\Sigma\Sigma)^* \subseteq L\}$; donde Σ es un determinado alfabeto y L representa a cualquiera de los elementos de este conjunto.

    Verifíquese si las operaciones de unión, intersección, cierre y complemento son cerradas en la esta clase $\mathcal{L}$. (Julio 2008)

73. Dada la expresión regular $(a|b)^*ab(a|b)^*$ y el autómata:



Compruébese si ambos tienen asociado el mismo lenguaje. (Julio 2008)

74. ¿Existe algún lenguaje formal L finito que cumpla que: $(L^*)^c = (L^c)^*$? ¿E infinito? (enero 2009)

75. Calcúlese una expresiones regular lo más simple posible para cada uno de estos dos lenguajes formados con letras aes y bes solamente:

    a) Cadenas que no contienen la subcadena aba.

    b) Aquellas palabras que de aparecer una pareja de aes, debe estar inmediatamente seguida de una pareja de bes. (enero 2009)

76. Dado el lenguaje $\mathrm{L} = \{\mathrm{a}, \mathrm{abb}, \mathrm{ba}, \mathrm{bba}, \mathrm{b}\}$, calcúlese todas las palabras de longitud menor que cuatro pertenecientes a L^*. (febrero 2009)

77. Sea la operación $P(x)$ aplicada a una palabra $x \in (a|b|c)^*$, que da como resultado:

    i) Eliminación de todas las aes, si en la cadena original había un número par de ellas.

    ii) Lo mismo con las bes, si la cantidad inicial de las mismas era impar.

    ¿Esta operación es cerrada sobre el conjunto de los lenguajes regulares?

    (febrero 2009)

78. Constrúyase el autómata finito determinista mínimo asociada a la siguiente expresión regular:

    $$(a|b^*|(c|d^*)^*)^*(c^*|d^*)$$

    Si se pudiera, simplifíquese esta expresión a su forma más simple posible.

    (febrero 2009)

79. Dado un $n \epsilon \mathbb{N}$ y un alfabeto Σ, se define el conjunto de lenguajes:

    $\mathcal{L}_n = \{L\Sigma^*/L \subseteq \Sigma^n\}$

    ¿Es cerrada esta familia respecto de la unión?, ¿la intersección? o ¿el complemento? (julio 2009)

80. Compruébese la veracidad de estas igualdades entre expresiones regulares:

    $$b^*(ab^*)^* = (b|a)^*$$

    $$a^*b(aa^*b^*)^* = (a|ba)^*b$$

    (julio 2009)

81. Obténgase un autómata finito determinista mínimo para un lenguaje compuesto por palabras de con un número impar de aes y par de bes simultáneamente.

(enero 2010)

82. Obténgase una expresión regular, lo más simple posible, para cada uno de estos lenguajes:

$$L_1 = \{vwv/v, w\epsilon(a|b)^*, |v| = 2\}$$

$$L_2 = \{w\epsilon(a|b)^*/w\ no\ termina\ en\ "ab"\}$$

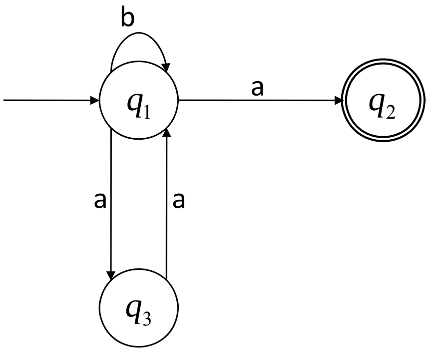
83. Calcúlese el autómata finito determinista mínimo para el lenguaje:

$$L = \{a^n b^m / m\ múltiplo\ de\ 3\ y\ n\ par\}$$

(febrero 2010)

84. Considérese las cadenas dentro del alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, cuyo segmento más largo de aes es impar. ¿Este conjunto es un lenguaje regular?

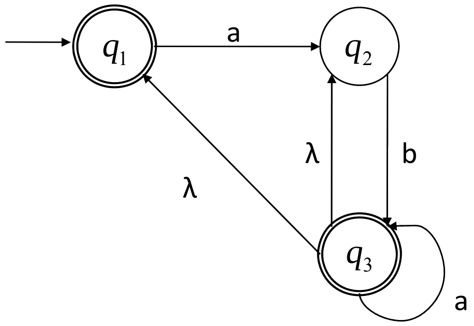
85. Sea A el autómata finito de la figura, a cuyo lenguaje se le aplica la siguiente transformación: $\sigma(a) = b,\ \sigma(b) = a^*$. Calcúlese el autómata finito determinista mínimo asociado al lenguaje $\sigma(L(A))$.



(julio 2010)

86. Dada la familia de lenguajes $\mathcal{L}_* = \{L \subseteq \Sigma^*/L^* = L\}$, verifíquese si es cerrada frente a la as operaciones de unión, cierre y concatenación. (febrero 2011)

87. Sea A el autómata finito de la figura y la expresión regular $\alpha = (a|b)^*bb$. Obténgase el AFD mínimo para $L(\alpha) - L(A)$.



(febrero 2011)

88. Se define una operación P sobre una palabra $x \in (a|b)^*$, como aquella que sustituye cada a por aa, si el número de bes es par; por el contrario, si la cantidad de bes es impar, las aes quedan como estaban. Compruébese si esta operación es cerrada dentro de los lenguajes regulares. (febrero 2011)

89. Construyase el AFD mínimo que reconozca a la siguiente expresión regular:

$$(a|b)^*((c|d)(a|b)^*(c|d)(a|b)^*)^*$$ (julio 2011)

90. Dado un $AFD = \langle Q, \Sigma, f, q_0, F \rangle$, se define un lenguaje asociado a cada estado como:

$L(q) = \{x \in \Sigma^* / \, f^*(q_0, x) = q\}$, Calcúlese, entonces:

- $\bigcup_{q \in Q} L(q)$
- $L(p) \cap L(q) \qquad \forall p, q \in Q, \; p \neq q$

En función de los resultados anteriores, verifíquese si la familia de lenguajes $\{L(q)\}_{q \in Q}$ constituye un recubrimiento o una partición, o ninguna de las dos cosas. Si fuera el caso, ¿cómo podría constituirse dicha familia de lenguajes en un conjunto cociente?. Analícese si la unión e intersección anteriores darían el mismo resultado sobre un AFD mínimo.

Recuerde que no basta con responder a estas cuestiones escuetamente, sino que hay que justificarlas adecuadamente, ya que, en caso contrario, no se valorará. (julio 2011)

91. Sea $\mathcal{L}_f$ la familia de los lenguajes finitos y $\mathcal{L}_c$ la de los cofinitos, que son aquellos cuyo complementario es finito. Si se fija un mismo alfabeto y dos lenguajes arbitrarios $\mathrm{L_f}$ y $\mathrm{L_c}$ respectivamente finito y cofinito, justifíquese la veracidad o falsedad de:

    a) Todo lenguaje regular pertenece a $\mathcal{L}_f \cup \mathcal{L}_c$.

    b) $\mathrm{L_f L_c} \in \mathcal{L}_f$

    c) $\mathrm{L_f L_c} \in \mathcal{L}_c$

    d) $\mathrm{L_c^*} = \Sigma^*$

    e) $\mathrm{L_c^*} \in \mathcal{L}_c$

(julio 2011)