



AUTÓMATAS DE PILA

1. Dada la siguiente gramática independiente del contexto:

$$S \rightarrow AA|0$$

$$A \rightarrow SS|1$$

obtégase su forma normal de Greibach y el autómata de pila no determinista que reconoce el lenguaje generado por esta gramática. (junio 1996)

2. Dada la gramática independiente de contexto $G: \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow Rc \\ R \rightarrow aRbR | \lambda \end{array} \right\}$, cuyo lenguaje se compone de cadenas, que cumplen simultáneamente:

a) $w = xc \quad / \quad x \in (a/b)^*$

b) $|x|_a = |x|_b$. Esto significa que el número de letras a es igual al de letras b en la subcadena x.

c) todo prefijo y de x verifica que: $|y|_a \geq |y|_b$.

Obtégase su forma normal de Greibach y el autómata de pila no determinista que reconozca a $L(G)$. Teniendo en cuenta los puntos a) b) y c) son condiciones “si y sólo si”, construir un autómata de pila equivalente al anterior pero determinista, esto es, aquel que posee una única entrada en la tabla de la regla de transición. (septiembre 1996)

3. Dada la gramática independiente del contexto:

$$S \rightarrow aSB/\lambda$$

$$B \rightarrow b/bb$$

donde a y b son símbolos terminales, B es un auxiliar y S el símbolo inicial, obtégase un ADPND que acepte al lenguaje generado por esta gramática. (junio 1997)

4. Dada la gramática:

$$S \rightarrow aSc | bSc | \lambda$$

donde S es el símbolo inicial y a, b, c son símbolos terminales.

Se pide:

- a) El lenguaje que genera esta gramática (justificación).
b) El autómata de pila no determinista que reconozca a este lenguaje con no más de tres estados.

- c) Las formas normales de Chomsky y Greibach para esta gramática. (enero 1999)
5. Dado el lenguaje $L = \{x \in (a/b/c)^* \mid |x|_a + |x|_b = |x|_c\}$, obténgase: (junio 2000)
- a) Un autómata de pila determinista que lo reconozca con no más de dos estados.
- b) Una gramática que lo genere en su Forma Normal de Greibach con un solo auxiliar.
6. Sea L un lenguaje independiente del contexto y R un lenguaje regular definidos sobre el mismo alfabeto. A partir del ADPND y AFD respectivos, constrúyase el ADPND que reconozca la intersección de ambos lenguajes. (septiembre 2000)
7. Un autómata de pila determinista (ADPD) se diferencia de un no determinista (ADPND), en que la transición responde a:
- $$\Delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow \emptyset \cup (Q \times \Gamma^*)$$
- Si se define de la misma manera el lenguaje aceptado para un ADPND, que para un ADPD, demuéstrese que el complemento es una operación interna dentro de los lenguajes reconocidos por un ADPD. (septiembre 2002)
8. Constrúyase sendos autómatas de pila deterministas para los siguientes lenguajes:
- $$L_1 = \{a^i b^{2j} c^j / i, j \in \mathbf{N}\}$$
- $$L_2 = \{a^j b^i c^{2i} / i, j \in \mathbf{N}\}$$
- Clasifíquese la intersección de ambos lenguajes en el nivel más restrictivo de la Jerarquía de Chomsky y, si fuera posible, reconózcase mediante otro autómata de pila determinista. (junio 2003)
9. Encuéntrese un autómata de pila determinista para el siguiente lenguaje:
- $$L = \{c^n b^m / (n \geq 1) \wedge (n = m)\} \cup \{a^n b^m / (n \geq 1) \wedge (n = 2m)\}$$
- (enero 2004)
10. Sean dos lenguajes independientes del contexto contruidos sobre el mismo alfabeto. Uno de ellos es aceptado por un autómata de pila determinista y el otro por un reconocedor finito determinista. Verifíquese si la unión y la intersección de ambos lenguajes da como resultado otro del tipo menos restrictivo de los dos. (junio 2004)
11. Demostrar que la unión e intersección de lenguajes independientes del contexto deterministas, en general, no es una operación cerrada sobre este conjunto de lenguajes.
12. Obténgase un autómata lo más restrictivo posible para cada uno de los siguientes lenguajes:
- a) $\{a^n b^{2n} / n \in \mathbf{N}\}$
- b) $\{ww^r / w \in (a|b)^+\}$
- c) $\{w \in (a|b)^* \mid |w|_a = |w|_b + 1\}$

d) $\{a^i b^i c^j / i \geq j\} \cap \{a^i b^i c^j / i \leq j\}$ (junio 2005)

13. Constrúyase un autómata lo más restrictivo posible, de entre los estudiados en la asignatura, para que reconozca a cada uno de los lenguajes:

i) $\{a^n b a^m b a^{n+m} b / n, m \in \mathbb{N}\}$

ii) $\{a^n b a^m b a^{n-m} b / n, m \in \mathbb{N}\}$ (septiembre 2005)

14. Se dice que un autómata de pila es restringido, si en cualquier transición, la longitud de la pila, a lo sumo, aumenta en uno. Demuéstrese que un autómata de pila arbitrario (determinista o no) se puede transformar en uno restringido. (enero 2006)

15. Constrúyase un ADPND, con un solo estado, sin transiciones lambda, que reconozca un lenguaje a partir de su gramática en Forma Normal de Greibach y que, tras procesar la cadena de entrada, se produzca el vaciado de la pila. (junio 2006)

16. Sean dos lenguajes definidos como:

$$L_1 = \{a^n b^n / n \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2(i, j) = \{a^i b^j / p, q \in \mathbb{N}\}; \text{ donde } i, j \text{ son dos números naturales fijos distintos de cero.}$$

Considérese el lenguaje resultante de su intersección y clasifíquese en la categoría más restrictiva dentro de la Jerarquía de Chomsky. Análogamente, realícese esta operación pero dentro de los autómatas vistos en la asignatura. Recuérdese que hay que justificar adecuadamente la respuesta, de lo contrario, no se valorará este ejercicio. (septiembre 2006)

17. ¿Sería posible construir un ADP Determinista para el lenguaje $L(k) = \{a^{n+k} b^n / n \in \mathbb{N}\}$, donde k es un número natural constante distinto de cero? Si la respuesta fuera afirmativa, propóngase el autómata correspondiente; en caso contrario, hállese un ADPND para dicho lenguaje. Asimismo, obténgase una gramática LL1 que lo genere. (septiembre 2006)

18. Obténgase una Formal Normal de Greibach de la siguiente gramática:

$$G: \begin{cases} S \rightarrow Sb \mid BBa \\ A \rightarrow AC \mid BAa \\ B \rightarrow CCb \mid Ba \mid CA \mid a \\ C \rightarrow aC \mid a \end{cases} \quad (\text{enero 2007})$$

19. Constrúyase un autómata de pila, con un solo estado, que acepte el lenguaje:

$$L = \{xc^n / x \in (a \mid b)^+, |x| = n\}, \text{ de tal manera, que cuando se reconozca una cadena se produzca, además, el vaciado de la pila.} \quad (\text{enero 2007})$$

20. Dado el lenguaje:

$$L = \{w \in (a \mid b)^* / |x|_a \geq |x|_b\}; \quad \text{donde } x \text{ es cualquier prefijo de } w.$$

Clasifíquese dentro de la Jerarquía de Chomsky (*Ipto*). Asimismo, demuéstrese cuál es el tipo de autómatas más restrictivo, dentro de los vistos en la asignatura, que reconocería al complementario de L. (junio 2007)

21. Obténgase justificadamente el autómatas de pila más restrictivo posible que acepte al lenguaje:

$$L = \{a^i b^j c^k / i \neq j \vee j \neq k\} \quad (\text{septiembre 2007})$$

22. Obténgase un autómatas de pila con un solo estado para el lenguaje:

$$L = \{a^i w b^{2j} / 2i = j + 1; w \in (ab)^+; i > 0\}.$$

La aceptación de una cadena se producirá tras su procesamiento por completo, lo que provocará, al final, una parada del autómatas debido al vaciado de la pila. (junio 2008)

23. Considérese el siguiente autómatas de pila, que acepta un lenguaje, cuando se produce el vaciado de la pila y no le queda cadena por procesar.

$$\begin{aligned} \Delta(q_1, a, z) &= \{(q_1, zA), (q_1, \lambda)\} \\ \Delta(q_1, b, z) &= \{(q_1, zB), (q_1, \lambda)\} \\ \Delta(q_1, a, A) &= \Delta(q_1, b, B) = \Delta(q_1, a, a) = \Delta(q_1, b, b) = (q_1, \lambda) \end{aligned}$$

Cálculéese este lenguaje y una gramática que lo genere. (enero 2009)

24. Una gramática en Forma Normal de Geibach, ¿puede ser LL1?. De ser cierto en algunos casos solamente, hállese la condición suficiente que los agrupa. (enero 2009)

25. Un autómatas no determinista bi-pila responde a: $\langle Q, \Sigma, \Gamma_1 \times \Gamma_2, s, \langle z_1, z_2 \rangle, \Delta, F \rangle$

Su funcionamiento es muy parecido al ADPND, a excepción de que la transición responde a lo que haya simultáneamente en la cima de ambas pilas, al estado y a la entrada. Por tanto, su regla de transición expresada como una aplicación sería: $\Delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma_1 \times \Gamma_2) \rightarrow P(Q \times (\Gamma_1^* \times \Gamma_2^*))$

La aceptación de una cadena obedece a los mismos criterios que el ADPND. Con estas premisas, estúdiense la relación entre el conjunto de lenguajes aceptados por este tipo de autómatas y los independientes del contexto. (junio 2009)

26. Tómesese la gramática:

$$G: \begin{cases} S \rightarrow SA|ABA|a|BB \\ A \rightarrow ABA|a \\ B \rightarrow a|b|aB \end{cases}$$

Obténgase una equivalente en Forma Normal de Greibach y verifíquese si es LL1. (sept. 2009)

27. Dado el lenguaje $L = \{x_1 x_2 x_2^l x_1^l / x_1, x_2 \in (a|b)^*\}$, constrúyase el autómatas más restrictivo determinista y no determinista vistos en la asignatura para reconocer a L. (septiembre 2009)

28. Considérese la gramática:

$$G \begin{cases} S \rightarrow AB|D; & B \rightarrow bBc|Bc|\lambda \\ A \rightarrow aA|\lambda; & D \rightarrow aDc|Dc|H \\ H \rightarrow bH|\lambda \end{cases}$$

- a) Hallar una Forma Normal de Greibach que genere $L(G) - \{\lambda\}$.
- b) Obtener un autómata de pila que acepte el lenguaje obtenido en a) mediante el vaciado de la pila, con un solo estado y sin transiciones lambda. (enero 2010)

29. Constrúyase un autómata de pila que reconozca al siguiente lenguaje. (junio 2010)

$$L = \{a^n b^m a^n b^k / (n > 0) \vee (m = k)\}$$

30. Obténgase una Forma Normal de Greibach para la siguiente gramática:

$$G: \begin{cases} S \rightarrow bA|aBD|ab \\ A \rightarrow BD|bC|\lambda \\ B \rightarrow aBa|DB \\ C \rightarrow SaSA|BS|AA|b \\ D \rightarrow SaA|CC|\lambda \end{cases}$$

(junio 2011)

31. Dado un cierto natural k , se establece la operación $P_k(x = a_1, a_2 \dots a_n) = \begin{cases} a_1, a_2 \dots a_k / |x| > k \\ x / |x| \leq k \end{cases}$. Constrúyase un autómata de pila que lleve a cabo esta operación. Si esto se extiende a un lenguaje como $P_k(L) = \{P_k(x)/x \in L\}$, verifíquese si esta operación es cerrada sobre cualquier lenguaje reconocido por un autómata de pila no determinista. Por último, si el parámetro k se pudiera variar a voluntad para cada palabra de entrada, ¿se podría implementar esta operación con un autómata de pila? (junio 2011)

32. Se define $L_{na} = \{xa^n y \in L / x, y \in \Sigma^*; a \in \Sigma\}$. Verifíquese que si L fuera independiente del contexto, se podría asegurar que L_{na} lo sería también. (julio 2011)